

1.) Lösen Sie die folgende DGL mit einer Methode

25 P. Ihrer Wahl:

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 13y = 507(1+t) \quad y(0)=0 \quad \dot{y}(0)=0$$

$$\lambda_1 = -2 + 3j$$

$$\lambda_2 = -2 - 3j$$

$$y_{\text{hom}} = e^{-2t} \cdot (C_1 \cos(3t) + C_2 \sin(3t))$$

$$y_p = At + B$$

$$y_p' = A$$

$$y_p'' = 0$$

$$4A + 13At + 13B = 507 + 507t$$

$$t: 13A = 507 \rightarrow A = 39$$

$$4A + 13B = 507 \rightarrow B = 27$$

$$y_{\text{all}} = e^{-2t} (C_1 \cos(3t) + C_2 \sin(3t)) + 39t + 27$$

$$y_{\text{all}}' = -2e^{-2t} (C_1 \cos(3t) + C_2 \sin(3t)) + e^{-2t} \cdot (3C_2 \cos(3t) - 3C_1 \sin(3t) + 39)$$

Einsetzen:
Randbed.

$$0 = C_1 + 27 \rightarrow C_1 = -27$$

$$0 = -2C_1 + 3C_2 + 39 \rightarrow C_2 = -37$$

$$y_{\text{all}} = e^{-2t} (-27 \cos(3t) - 37 \sin(3t)) + 39t + 27$$

$$y_{\text{all}} = 39t + 27 - e^{-2t} (27 \cos(3t) + 37 \sin(3t))$$

2.) Gegeben ist die allg. Lösung einer freien Schwingung.
Erkläre die mit der Bewegung und stelle die DGL auf!

$$y = e^{-4t} [C_1 \cos(12t) + C_2 \sin(12t)]$$

10 P.

$$\lambda_1 = -4 + 12j$$

$$\lambda_2 = -4 - 12j$$

$$\text{DGL: } y'' + 8y' + 160y = 0$$

$$x^2 + px + q = -4 \pm 12j$$

$$x^2 + px + q = -4 \pm 12j$$

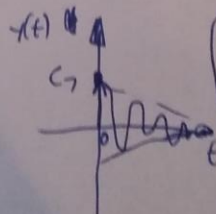
$$-4 \pm 12j = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$-\frac{p}{2} = -4$$

$$p = 8$$

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 144$$

$$q = 160$$



Die Funktion schwingt und wird durch die e -Funktion gedämpft.
Zum Zeitpunkt $t=0$ beträgt der y -Wert C_1 .