

Frequenzmodulation

Momentanfrequenz:
$$\omega(t) = \frac{d\psi_M(t)}{dt}$$

$$\psi_M(t) = \omega_0 t + \varphi_o(t)$$

$$\omega(t) = \frac{d\psi_M(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi_o(t)}{dt} = \omega_0 + k * s_s(t)$$

Phase:
$$\psi_M(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \psi_M(0)$$

$$\psi_M(t) = \omega_0 t + k * \int_0^t s_s(t) dt + \psi_M(0)$$

Trägerschwingung:
$$s_M(t) = \hat{s}_0 * \cos \psi_M(t)$$

$$s_M(t) = \hat{s}_0 * \cos \left(\omega_0 t + k * \int_0^t s_s(t) dt + \psi_M(0) \right)$$

Basisbandsignal:
$$s_s(t) = \hat{s}_s * \cos \omega_s t$$

Phase:
$$\psi_M(t) = \omega_0 t + k * \int_0^t \hat{s}_s * \cos \omega_s t dt$$

$$\psi_M(t) = \omega_0 t + \frac{k \hat{s}_s}{\omega_s} * \sin \omega_s t$$

Frequenzhub:
$$\Delta\omega = k * \hat{s}_s$$

Modulationsindex:
$$\eta = \frac{\Delta\omega}{\omega_s} = \frac{k \hat{s}_s}{\omega_s}$$

modulierte Trägerschwingung:
$$s_M(t) = \hat{s}_0 * \cos(\omega_0 t + \eta * \sin \omega_s t)$$

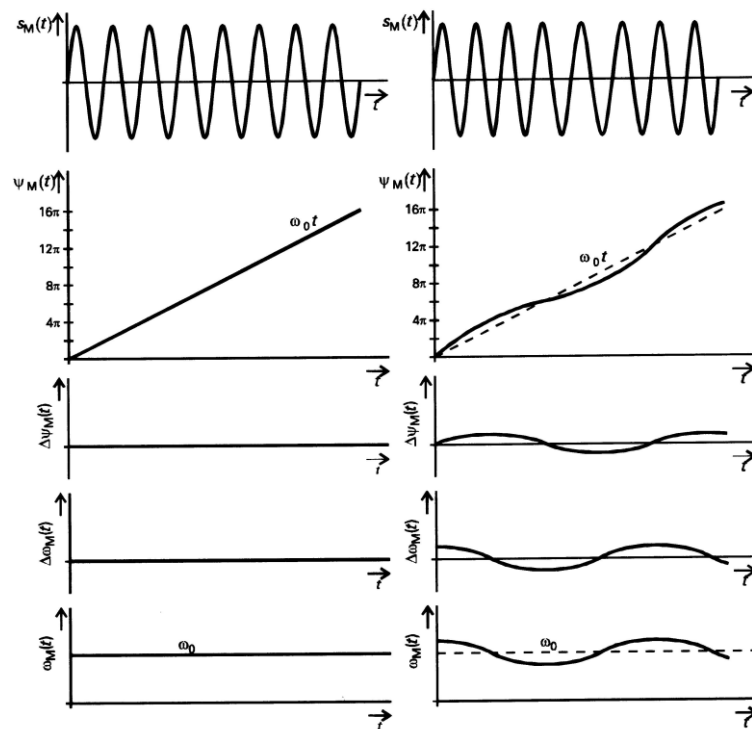


Abb. G.2-21 Zeitfunktionen des unmodulierten sowie des frequenzmodulierten Sinusträgers

Zeigerdiagramm der FM:

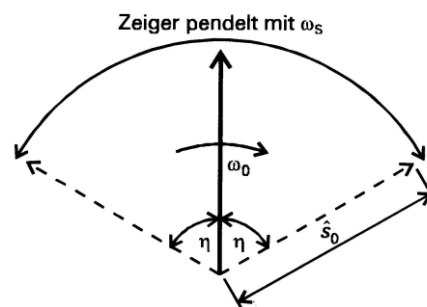
$$s_M(t) = \Re\{\hat{s}_0 * e^{j\eta \sin \omega_s t} * e^{j\omega_0 t}\}$$

$$s_M(t) = \Re\{\underline{\hat{s}}_T(t) * e^{j\omega_0 t}\}$$

Komplexe Hüllkurve:

$$\underline{s}_T(t) = s_M(t) * e^{-j\omega_0 t}$$

$$\underline{s}_T(t) = \hat{s}_0 * e^{j\eta \sin \omega_s t}$$



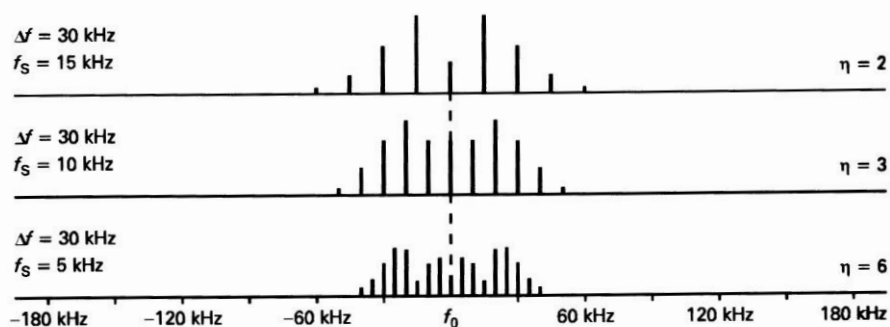
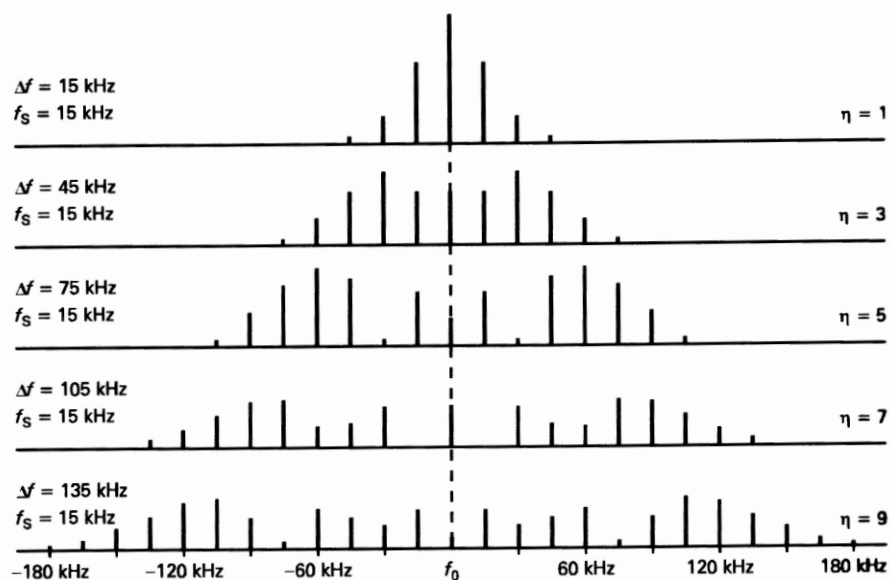
Spektrum der FM:

$$s_M(t) = \hat{s}_o * \Re \left\{ e^{j\omega_0 t} * \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(\eta) * e^{j\omega_s t} \right\}$$

$$s_M(t) = \hat{s}_o * \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(\eta) * \cos[(\omega_o + n\omega_s)t]$$

$$= \hat{s}_o * \{ J_0(\eta) \cos \omega_o t + \\ + J_1(\eta) \cos[(\omega_o + \omega_s)t] + J_{-1}(\eta) \cos[(\omega_o - \omega_s)t] + \\ + J_2(\eta) \cos[(\omega_o + 2\omega_s)t] + J_{-2}(\eta) \cos[(\omega_o - 2\omega_s)t] + \\ + J_3(\eta) \cos[(\omega_o + 3\omega_s)t] + J_{-3}(\eta) \cos[(\omega_o - 3\omega_s)t] + \\ + \dots \}$$

→ Bessel-Funktion n -ter Ordnung $J_n(\eta)$



Bandbreite der FM:Schmalband FM: $\eta \leq 1$

$$B_{HF} = 2 * B_{BB}$$

Breitband FM: $\eta > 1$

$$B_{HF} = 2(\eta + 1) * B_{BB}$$

System	Trägerfrequenz f_0	Frequenzhub $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$	Basisband	Mod.-Index η
Rundfunk (UKW)	(87,5 ... 108) MHz	± 75 kHz	30 Hz ... 15 kHz	5 ... 2500
TV-Richtfunk	70 MHz (ZF)	± 4 MHz	30 Hz ... 5 MHz	0,8 ... 133333

Tab. G.2-2 Typische Parameter von frequenzmodulierten Systemen

Bsp. UKW:

$$f_s = 30 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = 75 \text{ kHz} \quad \eta = \frac{75 \text{ kHz}}{30 \text{ Hz}} = 2500$$

$$B_{HF} = 2(\eta + 1) * B_{BB} = 2 * 2501 * 30 \text{ Hz} = 150 \text{ kHz}$$

$$f_s = 15 \text{ kHz}$$

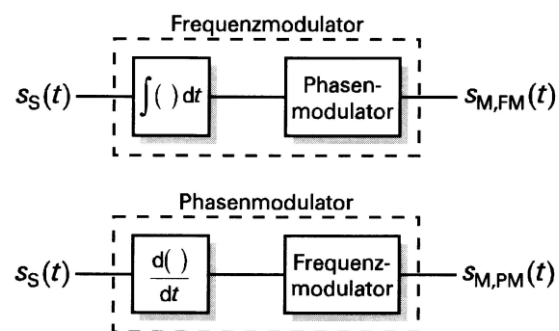
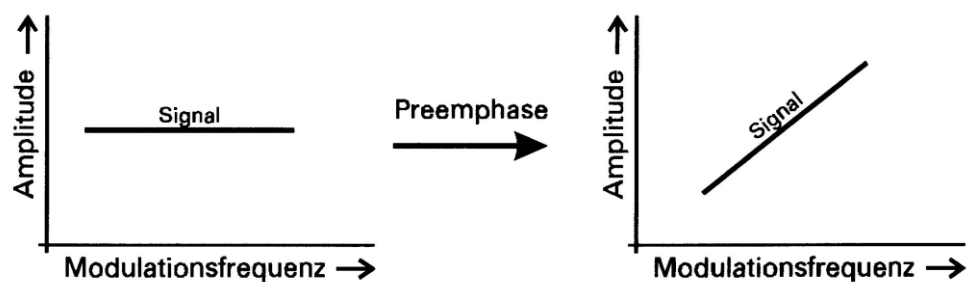
$$\Delta f = 75 \text{ kHz} \quad \eta = \frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} = 5$$

$$B_{HF} = 2(\eta + 1) * B_{BB} = 2 * 6 * 15 \text{ kHz} = 180 \text{ kHz}$$

Kanalabstand UKW: 300 kHz

Phasenmodulation:

FM $\begin{aligned}\omega(t) &= \frac{d\psi_M(t)}{dt} \\ &= \omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \\ &= \omega_0 + k s_S(t)\end{aligned}$	PM $\begin{aligned}\varphi_0(t) &= k s_S(t) \\ \omega(t) &= \frac{d\psi_M(t)}{dt} \\ &= \omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \\ &= \omega_0 + k \frac{ds_S(t)}{dt}\end{aligned}$
--	--

**Preemphase und Deemphase:****Abb. G.2-34** Preemphase beim Sender

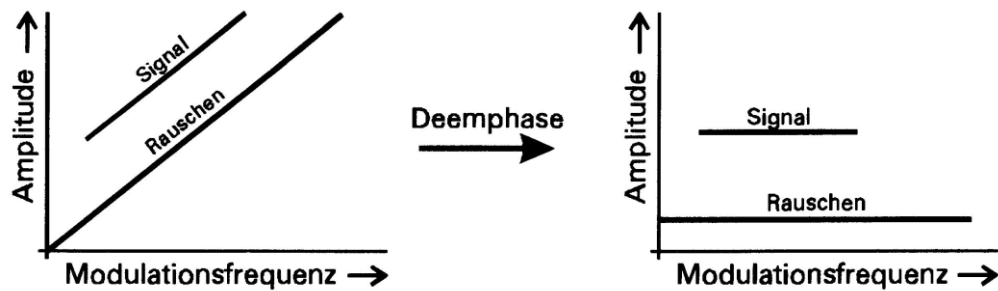
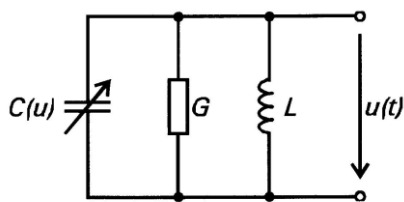


Abb. G.2-35 Deemphasis beim Empfänger

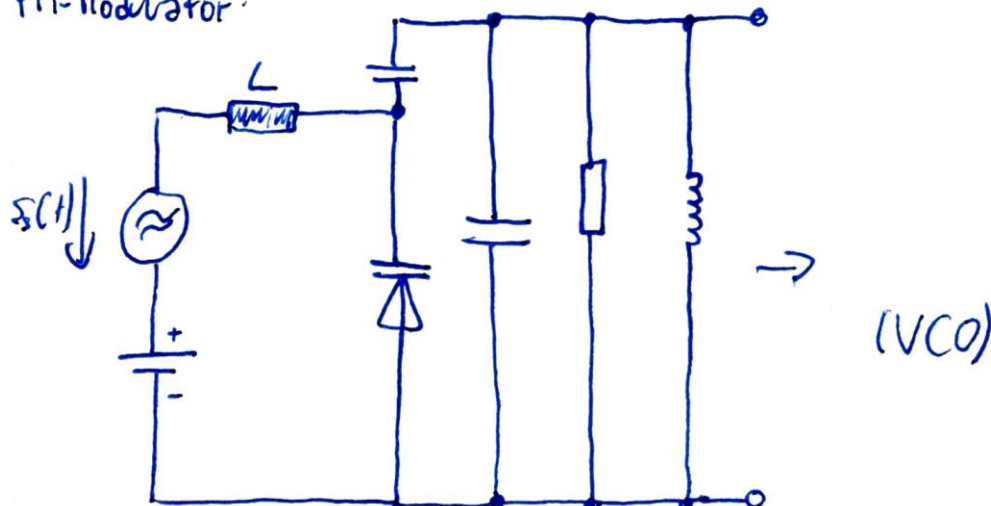
Bei der Preemphasis werden die höheren Frequenzen beim Aufnehmen / Senden mehr Verstärkt als die niedrigeren. Beim Empfänger wird durch die Deemphasis diese Nichtlinearität wieder ausgeglichen, in dem die niedrigeren Frequenzen mehr Verstärkt werden als die höheren, wodurch eine originalgetreue Wiedergabe möglich ist.

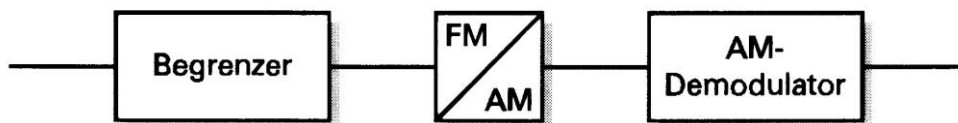
Diese Technik wendet man an, da das im Übertragungskanal auftretende Rauschen bei höheren Frequenzen stärker ist und somit der Signal-Rausch-Abstand bei allen Frequenzen derselbe ist.

FM - Modulator

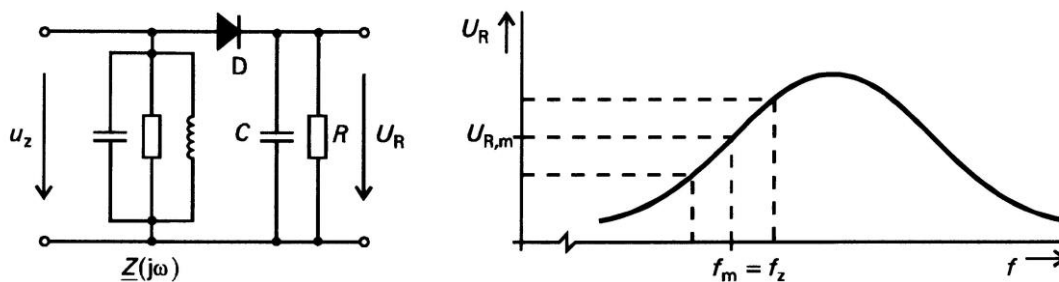
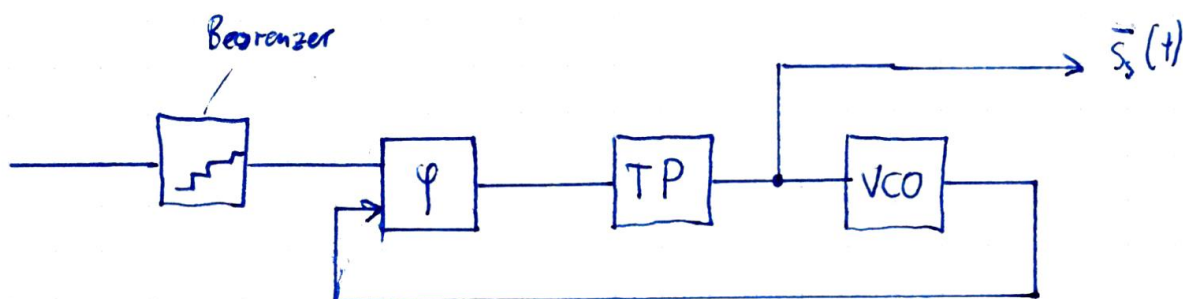
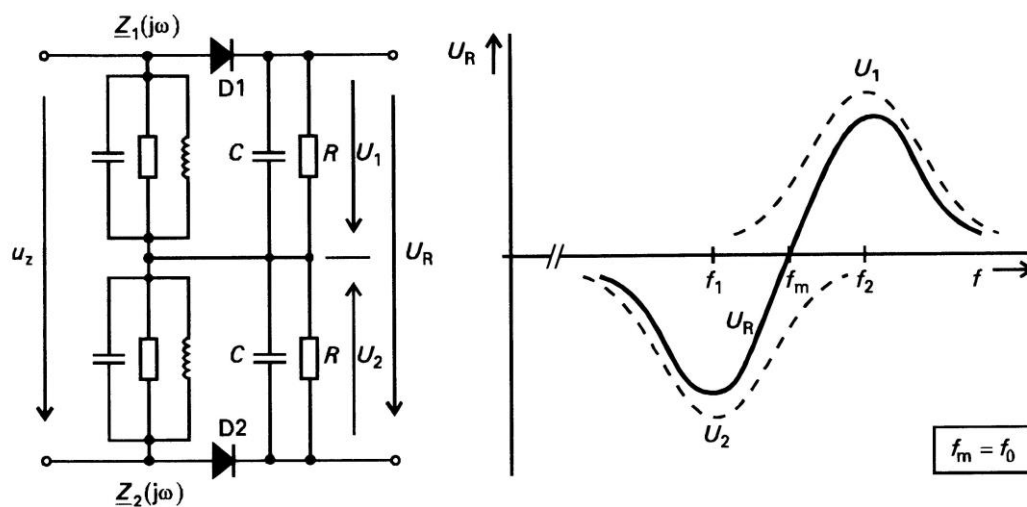


FM-Modulator:



FM - Demodulator**Abb. G.2-37** FM-Demodulation

FM-Demodulator mit PLL

**Abb. G.2-38** Der Eintakt-Flankendemodulator**Abb. G.2-39** Der Gegentakt-Flankendemodulator