

HÖHERE TECHNISCHE BUNDESLEHRANSTALT HOLLABRUNN
Höhere Abteilung für Elektronik-Technische Informatik

Datum: 20. Oktober 2014	Art der Leistungsfeststellung: 1. Schularbeit	Beispiel	Mögl. Punkte	Erreichte Punkte
Klasse : 4 BHEL/B	Angewandte Mathematik	1.)	30	28
Zeit :	Benotung: 90 – 100: Sehr gut 76 – 89: Gut 63 – 75: Befriedigend 51 – 62: Genügend 0 – 50: Nicht genügend	2.)	15	15
Note:		3.)	15	15
		4.)	15	11
		5.)	25	25
Lehrer: M. Prochazka	Name d. Schülers: Graussam	Σ	100 P.	94

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale :

a) $\int s^2 \cdot \cos(2s) ds = \frac{s^2 \sin(2s)}{2} - \int (s \cdot \sin(2s)) ds =$

$\left[\begin{array}{l} u = s^2 \quad v' = \cos(2s) \\ u' = 2s \quad v = \frac{\sin(2s)}{2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} u = s \quad v' = \sin(2s) \\ u' = 1 \quad v = -\frac{\cos(2s)}{2} \end{array} \right]$

$= \frac{s^2 \sin(2s)}{2} + \frac{s \cdot \cos(2s)}{2} - \frac{1}{2} \int \cos(2s) ds =$

$= \frac{\sin(2s)}{2} \cdot s^2 + \frac{\cos(2s)}{2} \cdot s - \frac{\sin(2s)}{4} + C$ ✓

b) $\int \frac{x^4 - 3x^2 + x - 1}{x^3 - 3x + 2} dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{9} \ln(x+2) - \frac{1}{9} \ln(x-1) + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{(x-1)} + C$ ✓✓

WAF!

$(x^4 - 3x^2 + x - 1) : (x^3 - 3x + 2) = x - \frac{x+7}{x^3 - 3x + 2}$ ✓

$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + x - 1 \\ -x^4 + 3x^2 - 2x \\ \hline 0 \quad 0 \quad -x - 7 \end{array}$

$\frac{x+7}{x^3 - 3x + 2} = \frac{x+7}{(x-1)^2(x+2)}$ ✓

$N_1 = -2$
 $N_2 = 7$

$x^3 - 3x + 2 = (x+2)(x-1)^2$ ✓

nur Rest. VZ!

$\frac{x+7}{x^3 - 3x + 2} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x-1)^2}$ ✓

$x+7 = Ax^2 - 2Ax + A + (Bx+2B)(x-1) + Cx + 2C$

$x+7 = Ax^2 - 2Ax + A + Bx^2 + 2Bx - Bx - 2B + Cx + 2C$

$0 = A+B$
 $1 = -2A + 2B - B + C$
 $7 = A - 2B + 2C$

$A = -\frac{1}{9}$
 $B = \frac{1}{9}$
 $C = \frac{7}{3}$ ✓

$(x^2 - 3x + 2)(x+2)$
 $x^3 - 3x^2 + 2x + 2x^2 - 6x + 4$
 $x^3 - x^2 - 4x + 4$

- 2.) Ein Verzierung hat die Form einer Spirale, die aus Viertelkreisen zusammengesetzt wurde. Der Radius des ersten Viertelkreises $r_1 = 8\text{dm}$, die Radien der folgenden Viertelkreise betragen jeweils 75% des vorhergehenden.
- Skizze!
 - Berechnen Sie die Bodenlänge der Spirale für 7 Viertelkreise!
 - Gegen welchen Wert strebt diese Länge, wenn man unendlich viele Viertelkreise aneinanderfügen könnte?

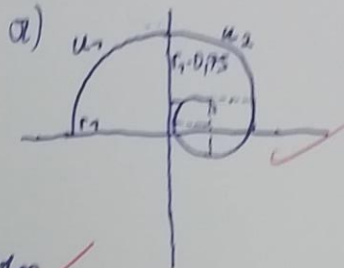
$$r_1 = 8\text{dm} \quad q = 0,75$$

$$u_1 = \frac{r_1 \cdot \pi}{2} \approx 12,57\text{dm}$$

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 12,57 \cdot 0,75^{n-1}$$

$$b) \quad \Delta_7 = \sum_{n=1}^7 12,57 \cdot 0,75^{n-1} \approx 43,56\text{dm}$$

$$c) \quad \Delta_{\infty} = \frac{u_1}{1-q} = \frac{12,57}{1-0,75} \approx 50,27\text{dm}$$



- 3.) Die Längen der Kanten eines Quaders bilden eine arithmetische Folge mit der Differenz 3. Die Oberfläche beträgt 276cm^2 . Berechnen Sie das Volumen des Körpers!



$a, b, h \rightarrow$ arith. Folge mit $d=3$

$$a = b-3 \quad h = b+3$$

$$O = 276\text{cm}^2 = 2ab + 2ah + 2bh$$

$$2 \cdot (b-3)b + 2 \cdot (b-3) \cdot (b+3) + 2 \cdot b \cdot (b+3) = 276\text{cm}^2$$

$$2b^2 - 6b + (2b-6)(b+3) + 2b^2 + 6b = 276$$

$$2b^2 - 6b + 2b^2 + 6b - 6b - 18 + 2b^2 + 6b = 276$$

$$6b^2 - 294 = 0$$

$$b^2 = 49$$

$$b = 7\text{cm}$$

$$a = b-3 = 4\text{cm}$$

$$h = b+3 = 10\text{cm}$$

$$V = abh$$

$$V = 7 \cdot 4 \cdot 10$$

$$V = 280\text{cm}^3$$

4.) Die folgende Reihe ist vorgegeben.

a) Woran erkennen Sie, ob die Reihe konvergiert?

b) Geben Sie eine allgemeine Formel zur Berechnung der Koeffizienten an!

c) Berechnen Sie den Grenzwert!

$$f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \dots$$

a) ~~Stetig gegen einen Grenzwert~~ indem $0 < x < 1$

$$\left| \frac{(-1)^{n+2}}{n+2} \right| = \left| \frac{(-1)^{n+2} \cdot (n+1)}{(n+2) \cdot (-1)^{n+1}} \right|$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^{n+2} \cdot (n+1)}{(n+2) \cdot (-1)^{n+1}} \right| \rightarrow 1 \rightarrow \text{keine Aussage möglich}$$

$$b) \sum_{n=0}^{\infty} x^{n+1} \cdot (-1)^n \cdot \frac{1}{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cdot x^{n+1}$$

$$c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = 0,737$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = 0,776$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = 0,70$$

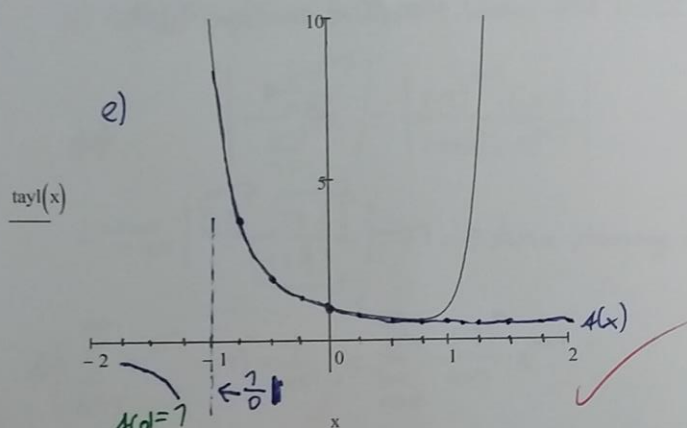
$$\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \dots \right)$$

nicht mögl. weil ∞

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \dots$$

5.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{1+x}$

- Bilden Sie mindestens sieben Ableitungen dieser Funktion!
- Entwickeln Sie diese Funktion an der Stelle $x = 0$ in eine Potenzreihe.
- Versuchen Sie, eine allgemeine Formel zur Berechnung der Koeffizienten der Potenzreihe zu finden!
- Berechnen Sie daraus den Konvergenzbereich!
- Zeichnen Sie die gegebene Funktion $f(x)$ in die Graphik ein.



a) $A(x) = \frac{1}{1+x} = (1+x)^{-1}$

$A'(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$

$A''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$

$A'''(x) = \frac{-6}{(1+x)^4}$

$A^{(4)}(x) = \frac{24}{(1+x)^5}$

$A^{(5)}(x) = \frac{-120}{(1+x)^6}$

$A^{(6)}(x) = \frac{720}{(1+x)^7}$

$A^{(7)}(x) = \frac{-5040}{(1+x)^8}$

b) $A(x) = \frac{1}{1+x} = 1 - \frac{1}{1!}x + \frac{2}{2!}x^2 - \frac{6}{3!}x^3 + \frac{24}{4!}x^4 - \dots$

c) $A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n}{(-1)^{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} |(-1)^{n-n-1}| = \lim_{n \rightarrow \infty} |(-1)^{-1}| = \lim_{n \rightarrow \infty} |-1| = 1$

bei $x=0$

$\left(\frac{1}{1+0} - \frac{1}{1!} \cdot 0 + \frac{2}{2!} \cdot 0 - \dots \right)$

$\rightarrow$ gegen 1

Bereich (s. Bild) $-1 < x < 1$