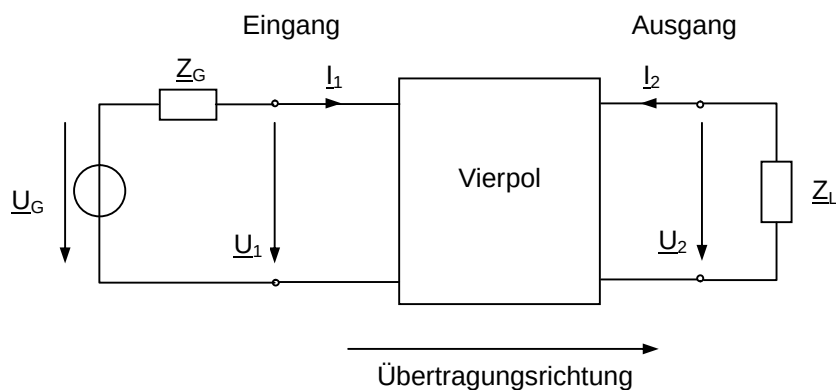


2. Lineare Vierpole

Ein Vierpol (Zweitor) ist ein Übertragungssystem mit vier äußeren Anschlussstellen (Klemmen, Pole), von denen jeweils zwei zusammen betrachtet werden (zwei Eingangsklemmen, zwei Ausgangsklemmen). Analoge Schaltungen zur Signalübertragung und –verarbeitung sind zumeist Vierpole. Technisch wichtige Vierpole sind z.B. Dämpfungsglieder, Filter, Leitungen, Verstärker, Übertrager.

Unabhängig von ihrer konkreten Beschaffenheit werden Vierpole (Zweitore) durch Funktionsblöcke symbolisiert und durch zwei Klemmenspannungen und zwei Klemmenströme beschrieben. Für die Berechnung wird hier das in der Transistortechnik übliche Zählpfeilsystem verwendet. Für I_2 ist noch eine zweite Richtung zugelassen.

Beachte: Zählpfeile sind vereinbarte Richtungsfestlegungen für Spannungen und Ströme, die als Berechnungsgrundlage dienen und mit der tatsächlichen Richtung (z.B. technische Stromrichtung „plus nach minus“) nicht übereinstimmen müssen. Nichtübereinstimmung ergibt negative Größen.



Systematik der Vierpole

Vierpole (Zweitore) werden nach folgenden Merkmalen klassifiziert:

Linearität: Lineare Vierpole bestehen ausschließlich aus linearen Bauelementen (Widerstände, Kondensatoren, eisenlose Spulen). Ihre Übertragungsfaktoren sind unabhängig von Strom und Spannung.

Nichtlineare Vierpole enthalten Bauelemente mit nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinien. Unter bestimmten Voraussetzungen (Kleinsignalbetrieb) können sie näherungsweise wie lineare Vierpole behandelt werden (z.B. Schaltungen mit Dioden, Transistorschaltungen).

Leistungsbilanz: Passive Vierpole (z.B. Dämpfungsglieder) enthalten keine inneren Energiequellen, so daß die Ausgangswirkleistung P_2 kleiner als die Eingangswirkleistung P_1 sein muß (Verlustleistung $P_V = P_1 - P_2$). Aktive Vierpole (z.B. Verstärker) entnehmen die Energie für die Erzeugung der Ausgangssignale nicht aus den Eingangssignalen, sondern einer Hilfsenergiequelle (Stromversorgung), so daß $P_2 \geq P_1$ ist.

Erdsymmetrie: Bei erdsymmetrischen Vierpolen kann eine Symmetrielinie in Längsrichtung eingetragen werden. Bei erdunsymmetrischen Vierpolen ist eine durchgehende Erd- oder Masseleitung vorhanden, so daß derartige Vierpole eigentlich nur Dreipole sind.

Übertragungsfaktoren von Vierpolen

Übertragungsfaktoren sind diskrete Werte von Übertragungsfunktionen für vorgegebene Frequenzen.

Spannungsverstärkung: $V_U = \frac{|\underline{U}_2|}{|\underline{U}_1|}$

Stromverstärkung: $V_I = \frac{|\underline{I}_2|}{|\underline{I}_1|}$

Leistungsverstärkung: $V_P = \frac{|\underline{P}_2|}{|\underline{P}_1|}$

Eingangswiderstand: $Z_1 = r_e = \frac{U_1}{I_1}$

Ausgangswiderstand: $Z_2 = r_a = \frac{U_2}{I_2}$

Übertragungsfunktion von Vierpolen

Die Übertragungsfunktion beschreibt in einem linearen System das Verhältnis von Ausgangs- und Eingangssignalen bei unterschiedlicher Frequenz.

Die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ ist eine Funktion der Kreisfrequenz und lässt sich nach Betrag und Phase zerlegen. Sie kennzeichnet das komplexe Verhältnis der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ im Leerlauf zur Eingangsspannung $\underline{U}_1$.

$$H(j\omega) = \frac{\text{Wirkung}}{\text{Ursache}} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{U_2}{U_1} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Die Dämpfungsfunktion ist die Umkehrung der Übertragungsfunktion

$$D = \frac{1}{H}$$

Die Darstellung der Frequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion führt zum **Bode-Diagramm**.

Der **Amplitudengang** bezeichnet den Betrag der Übertragungsfunktion. Er entspricht dem Quotienten von Ausgangs- und Eingangsspannung und ist eine Funktion der Kreisfrequenz. Er wird meist logarithmisch aufgetragen.

Der **Phasengang** bezeichnet die Phase der Übertragungsfunktion und ist eine Funktion der Kreisfrequenz.

Wenn die Frequenz logarithmisch aufgetragen wird lassen sich die Funktionen meist durch Geradenstücke approximieren.

Beispiel Hochpaß: siehe Böhmer S. 50,51

Signalpegel

Unter Signalpegel versteht man ein Maß, gebildet als Verhältnis aus einer möglichst meßbaren Signalgröße zu einer Bezugsgröße innerhalb eines Übertragungssystems.

Eine Bezugsgröße kann sein:

- eine beliebige Größe an einer definierten Stelle (z.B. am Systemeingang)
- ein absoluter Wert (z.B. 1 mW).

Pegel werden im logarithmischen Maßstab dargestellt. Vorteile sind dabei:

- Die Beschreibung des Übertragungsverhaltens des Gesamtsystems erfolgt durch Addition der Pegel der Einzelübertragungsglieder.
- Die Darstellung von großen Dynamikbereichen erfolgt in einem überschaubaren Zahlenbereich.

Die Pegelangaben sind dimensionslos, deshalb werden Pseudoeinheiten verwendet. Für Pegelangaben mit dem dekadischen Logarithmus wird die Einheit Bel bzw. Dezibel verwendet.

Die Definition erfolgt nach DIN 5493 über das Leistungsverhältnis

$$L = \lg \frac{P}{P_0} \text{ B}$$

bzw. für die bessere praktische Handhabung in der Einheit Dezibel „dB“:

$$L = 10 \lg \frac{P}{P_0} \text{ dB}$$

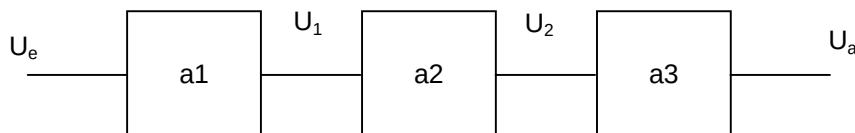
Es ist auch die Verwendung von Amplitudenwerten, z.B. der elektrischen Spannung U üblich. Dabei werden gleiche Abschlußwiderstände an Meß- und Bezugsstelle vorausgesetzt.

$$L = 20 \lg \frac{U}{U_0} \text{ dB}$$

Wird ein Pegel auf der Basis einer Spannungsmessung bestimmt und die Widerstände sind nicht gleich, ist eine Korrektur notwendig:

$$L = 10 \lg \left[\left(\frac{U_a}{U_e} \right)^2 \frac{Z_e}{Z_a} \right] \text{ dB} = 20 \lg \frac{U_a}{U_e} \text{ dB} + 10 \lg \frac{Z_e}{Z_a} \text{ dB}$$

Die Anwendung des relativen Pegels ist aus dem Beispiel der Übertragungsstrecke ersichtlich



$$L_a = 20 \lg \frac{U_a}{U_e} \text{ dB} = 20 \lg \left(\frac{U_a}{U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{U_1}{U_e} \right) \text{ dB} = L_{a1} + L_{a2} + L_{a'3}$$

Zur Kennzeichnung wird beim absoluten Pegel die Einheit der Bezugsgrößen angefügt.

Leistungspegel:

dBW	$P_0 = 1 \text{ W}$
dBm	$P_0 = 1 \text{ mW}$
dB	relativer Pegel

Spannungspegel:

dBV	$U_0 = 1 \text{ V}$
dBmV	$U_0 = 1 \text{ mV}$
dB μ V	$U_0 = 1 \mu\text{V}$

Neper-Skala (Np). Diese Pegeldarstellung nach DIN 5493 entstammt der Berechnung elektrischer Leitungen und wird bei der leitungsgebundenen Signalübertragung genutzt. Sie wird international zunehmend durch die dB-Skala abgelöst.

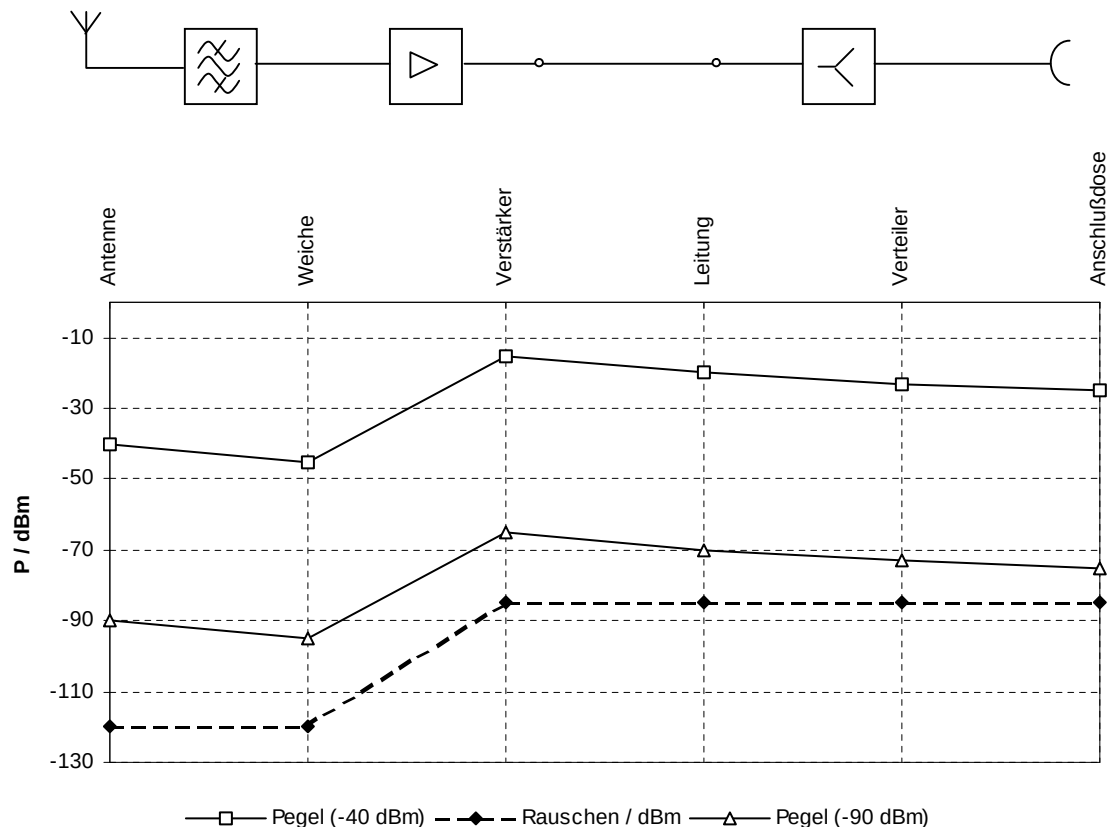
$$L = \ln \frac{U}{U_0} \text{ Np} = \frac{1}{2} \ln \frac{P}{P_0} \text{ Np}$$

Pegelangaben:

L/dB	-14	-6	-3	0	3	6	10	14	20	60
P_a/P_e	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	10	25	100	10^6
U_a/U_e	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{10}$	5	10	1000

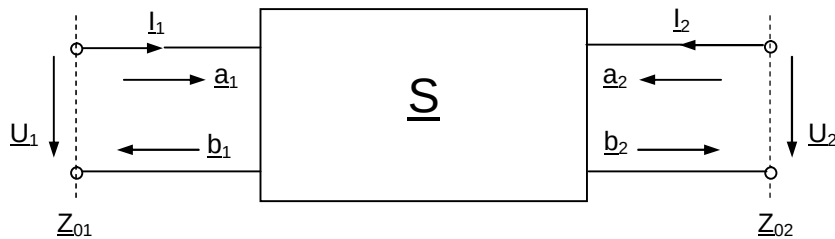
Pegelplan:

In Übertragungssystemen werden Signale verstärkt und gedämpft. Die Dämpfung und Verstärkung dürfen jedoch einen bestimmten Wert nicht überschreiten, deshalb ist es notwendig einen Pegelplan zu entwerfen. Man kann so überprüfen ob das Signal an bestimmten Stellen zu klein oder zu groß wird. Die Pegel gelten für alle Signale, sowohl für Nutzsignale als auch für Störungen.



Streuparameter (S-Parameter)

Bis zu Frequenzen von einigen Megahertz können Netzwerke mit den klassischen Verfahren der Maschen- und Knotenpunktanalyse unter Anwendung der Kirchhoffschen Gleichungen mit Widerstandsparametern $\underline{Z}$, Leitwertparametern $\underline{Y}$, Hybridparametern $\underline{H}$ und Kettenparametern $\underline{A}$ berechnet werden. Bei höheren Frequenzen sind aber einerseits die einzelnen Komponenten wegen ihrer parasitären Elemente und wegen ihrer gegenseitigen Verkopplungen meist nicht mehr auf einfache Ersatzschaltungen zurückzuführen. Andererseits setzen alle oben angegebenen Parameter voraus, dass bei den zu berechnenden Schaltungen Spannungen und Ströme an den Zuleitungen definiert werden können. Oft handelt es sich jedoch um Wellenleiter, beispielsweise Hohlleiter, bei denen eine Beschreibung nur durch Feldgrößen sinnvoll ist.



Zweitor mit Wellengrößen

Die Berechnung erfolgt daher mit Wellengrößen, bei denen von zulaufenden $\underline{a}$ und ablaufenden $\underline{b}$ Wellen ausgegangen wird. Alle Größen zur Berechnung des Verhaltens von Ein- und Mehratoren sind Quotienten aus ab- und zulaufenden Wellenparametern und daher dimensionslos. Diese Größen werden Streuparameter (scattering parameters) genannt. Sie haben den Vorteil, dass mit ihnen die Zusammenhänge bei Mehratoren mit unterschiedlichen Bezugsimpedanzen und auch verschiedenen Wellenleiterstrukturen verknüpft werden können, beispielsweise Übergänge von Koaxialleitungen auf Hohlleiter. Streuparameter können mit modernen Netzwerkanalysatoren mit hoher Genauigkeit gemessen werden.

Allgemein gilt $\underline{b} = \underline{S} \cdot \underline{a}$. Für ein Zweitor ist

$$\begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b}_1 = \underline{S}_{11} \cdot \underline{a}_1 + \underline{S}_{12} \cdot \underline{a}_2$$

$$\underline{b}_2 = \underline{S}_{21} \cdot \underline{a}_1 + \underline{S}_{22} \cdot \underline{a}_2$$

$\underline{S}_{11}$ ist der Reflexionsfaktor am Tor 1, wenn Tor 2 reflexionsfrei abgeschlossen ist.

$\underline{S}_{22}$ ist der Reflexionsfaktor am Tor 2, bei reflexionsfrei abgeschlossenem Tor 1.

$\underline{S}_{21}$ ist der Vorwärtsübertragungsfaktor bzw. Transmissionsfaktor und beschreibt die am Tor 2 austretende Welle, wenn eine Leistungszufuhr nur am Tor 1 erfolgt.

$\underline{S}_{12}$ ist der Rückwärtsübertragungsfaktor bzw. Transmissionsfaktor und beschreibt die am Tor 1 austretende Welle, wenn eine Leistungszufuhr nur am Tor 2 erfolgt.

Der erste Index eines Streuparameters gibt immer das Tor an, an dem eine Welle austritt, während der zweite Index das Tor bezeichnet, an dem Leistung eingespeist wird.