

# 5. Geometrische Größen

## **Literatur:**

J. Hoffmann: Messen nichtelektrischer Größen, VDI-Verlag, 1996

# 5.1 Einführung

## Geometrische Größen:

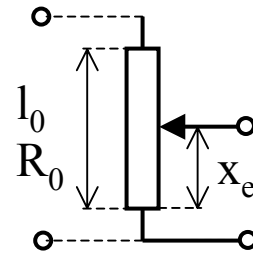
- Länge  $x$   
Position  $x$
- Winkel  $\alpha$
- Dehnung  $\Delta x/x_0$
- lineare Geschwindigkeit  $v = dx/dt$   
Rotationsgeschwindigkeit  $\omega = d\alpha/dt$
- lineare Beschleunigung  $a = d^2x/dt^2 = dv/dt$   
Drehbeschleunigung  $d^2\alpha/dt^2 = d\omega/dt$

# Sensoren

- parametrische Sensoren:

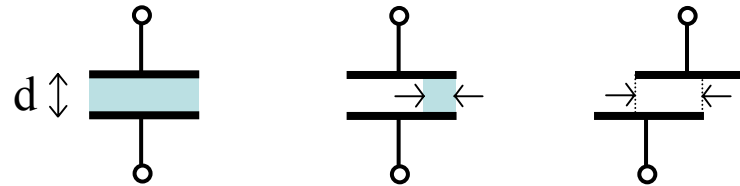
- Ohmsch:  $R = f(x_e)$

**Bsp.:**  $R = R_0 \cdot \frac{x_e}{l_0}$



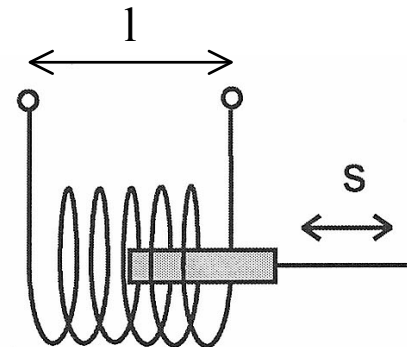
- kapazitiv:  $C = f(x_e)$

**Bsp.:**  $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$



- induktiv:  $L = f(x_e)$

**Bsp.:**  $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A}{l} \cdot N^2$



# Sensoren

- optische Sensoren:
  - inkrementale Längenmesssysteme
  - codierte Längenmesssysteme
  - Triangulationsverfahren
  - Interferometrie
- nichtoptische Sensoren (insbesondere zur Positionsbestimmung)
  - Hall-Elemente
  - Feldplatten
  - magnetoresistive Sensoren
- Ultraschallverfahren

## **Vielfalt von Lösungen $\Rightarrow$ Auswahl nach gegebener Messaufgabe**

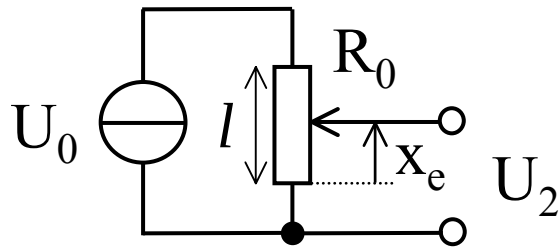
- a) große oder kleine Längen
- b) direkte oder indirekte Messung
- c) analog oder inkrementale (kodierte) Messung

## 5.2 Längen- und Winkelmessung

- **Definition:** Ein Meter ist die Länge einer Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von  $1/299794458$  s durchläuft.
- mechanische Verfahren (für kleine Längen/Größen):  
Messschieber mit Nonius, Genauigkeit: 0,1 mm  
Mikrometerschraube

### 5.2.1 Ohmsche Wegmessung

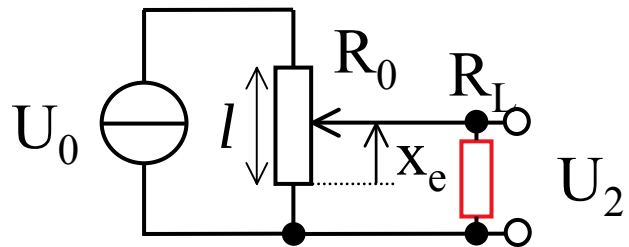
**Weg-Potentiometer:**



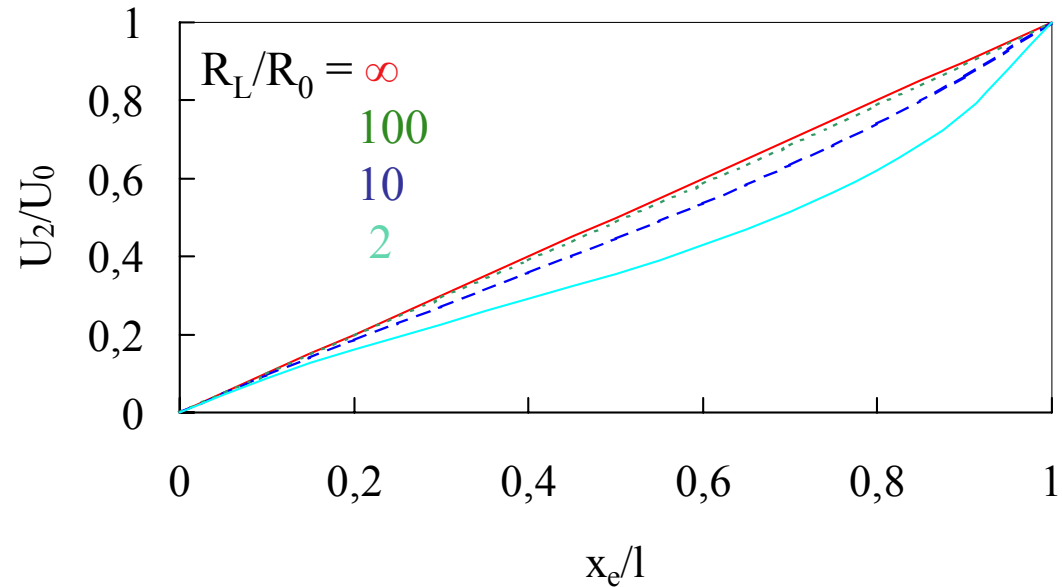
$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \Rightarrow U_2 = U_0 \cdot \frac{R_x}{R_0} = U_0 \cdot \frac{x_e}{\ell}$$

$\Rightarrow$  streng lineare Kennlinie

## 5.2.1.1 Kennlinie von Weg-Potentiometern



$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_L \cdot R_x}{R_0 \cdot R_x - R_x^2 + R_L \cdot R_0}$$



⇒ Kennlinie wird durch Lastwiderstand nichtlinear

⇒ **Aber:** gezielt eingebrachter Lastwiderstand gestattet Erzeugung einer definierten Nichtlinearität

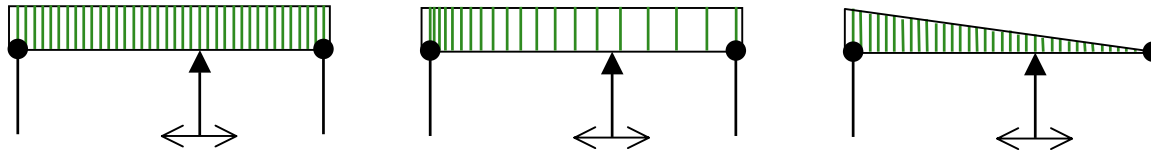
## 5.2.1.2 Technische Realisierung von Weg-Potentiometern

Anforderungen:

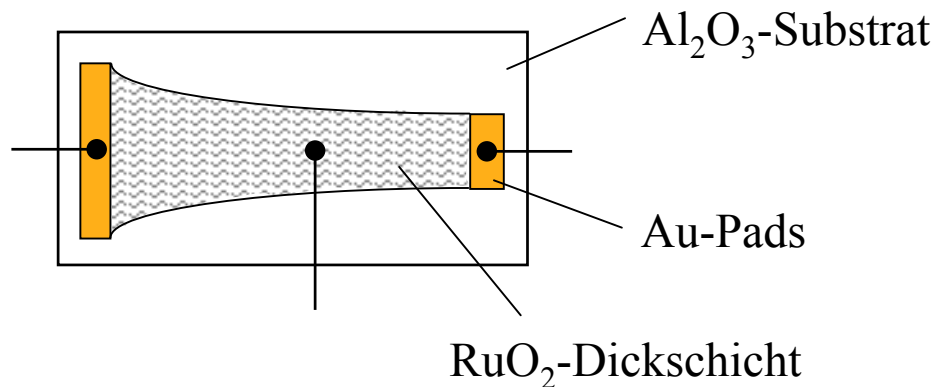
- Metalle (Legierungen) mit niedrigem Temperaturkoeffizienten
  - hartes, verschleißfestes und korrosionsbeständiges Material
1. - Konstantan  
- NiCr (besser, aber  $\rho \approx 130 \mu\Omega \cdot \text{cm}$  relativ hoch)  
- AgPd oder andere korrosionsfeste Edelmetalllegierungen, Wolfram  
  Schleifer: PtIr
  2. Leitkunststoff: Ruß oder Grafitpulver in Kunststoffmatrix eingebettet, ca.  $50 \mu\text{m}$  dick  $\Rightarrow 10^8$  Lastwechsel können realisiert werden
  3. Dickschichtwiderstandsbahnen:  $1 \mu\text{m}$  Körner aus  $\text{RuO}_2$  in Glasschmelze eingebettet  
Herstellung: Dickschichtpaste aus Leitermaterial ( $\text{RuO}_2$ , Au), Glasmehl mit Öl und Alkohol angeteigt  
auf  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Keramikträgern per Siebdruck aufgebracht  
Trocknen und Brennen (bei  $800^\circ\text{C}$ )

## 5.2.1.3 Bauformen von Ohmschen Wegsensoren

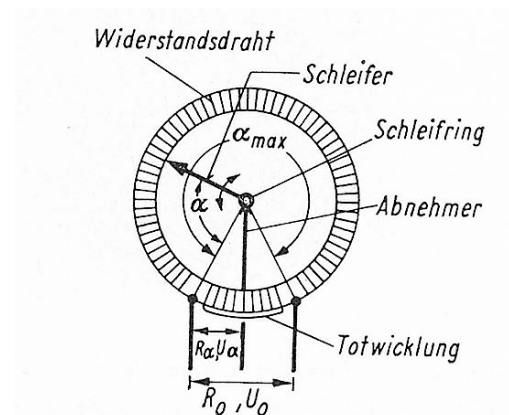
- drahtgewickelte Wegsensoren:



- Dickschichtsensoren:



- Winkelsensoren:



## 5.2.1.4 Vor- und Nachteile von Ohmschen Wegsensoren

### **Vorteile**

- beliebige Speisung (DC, AC,...)
- gute EMV (hohe Messleistung)
- relativ große Messwege
- gute Linearität
- gezielte Nichtlinearität erzeugbar

### **Nachteile**

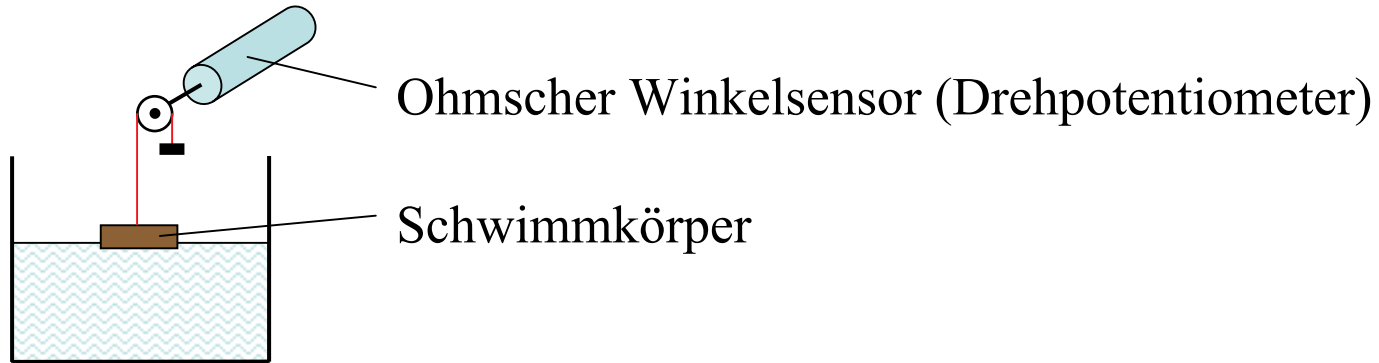
- mechanisches Schleifen
  - Verschleiß (Abrieb, Übergangswiderstand)
  - Reibungskraft (Hysteresese)
- Kontakt (Korrosion, Verschmutzung)
- Leistungsverbrauch

### **Anwendungsgebiete:**

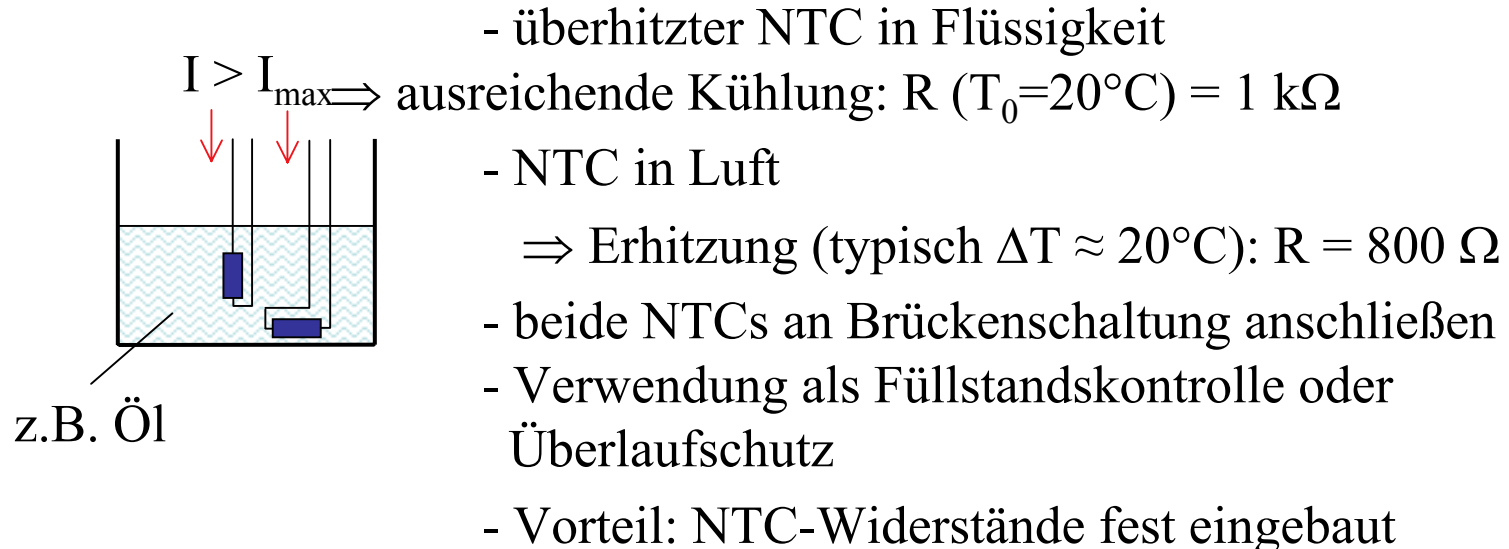
- KFZ, Flugzeuge, Schiffe
- Apparateindustrie
- Hydraulik
- Kompensationsschreiber

## 5.2.1.5 Anwendungsbeispiel Ohmscher Wegsensor: Füllstandsmessung

### 1. Drehpotentiometer

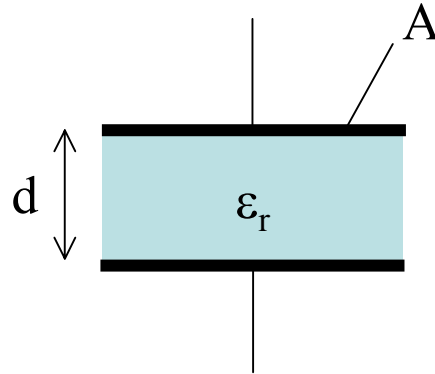


### 2. NTC-Widerstandskette



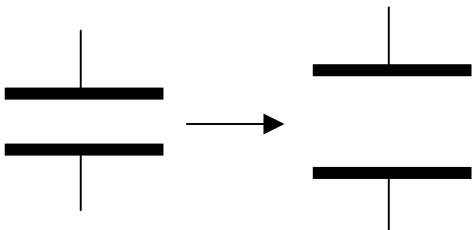
## 5.2.2 Kapazitive Wegmessung

**Plattenkondensator:**



$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}$$

## 5.2.2.1 Kapazitätsänderung durch Änderung des Plattenabstandes



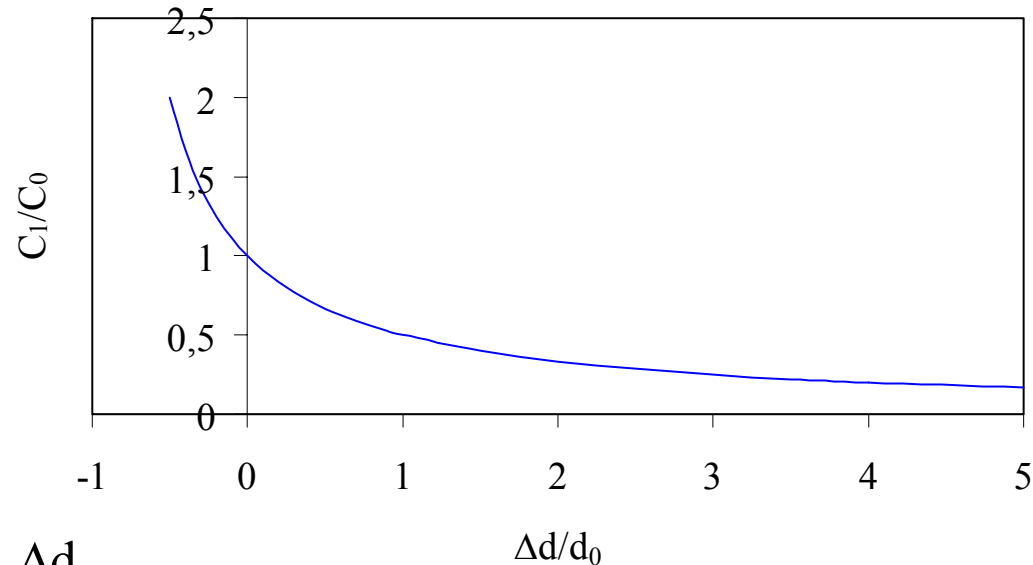
$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0} \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{(d_0 + \Delta d)}$$

Empfindlichkeit:

$$S = \frac{dC}{dd} = -\frac{C}{d}$$

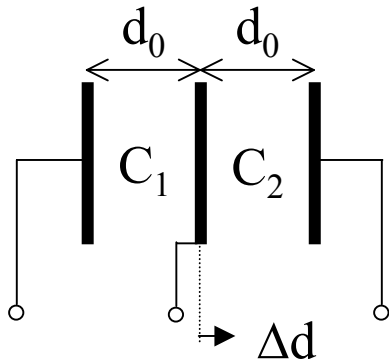
Kennlinie:

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{d_0}{d_0 + \Delta d}$$



Taylorreihe für  $\Delta d \ll d_0$ :  $\frac{C_1}{C_0} \approx 1 - \frac{\Delta d}{d_0}$

# Differentialkondensator



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0}$$

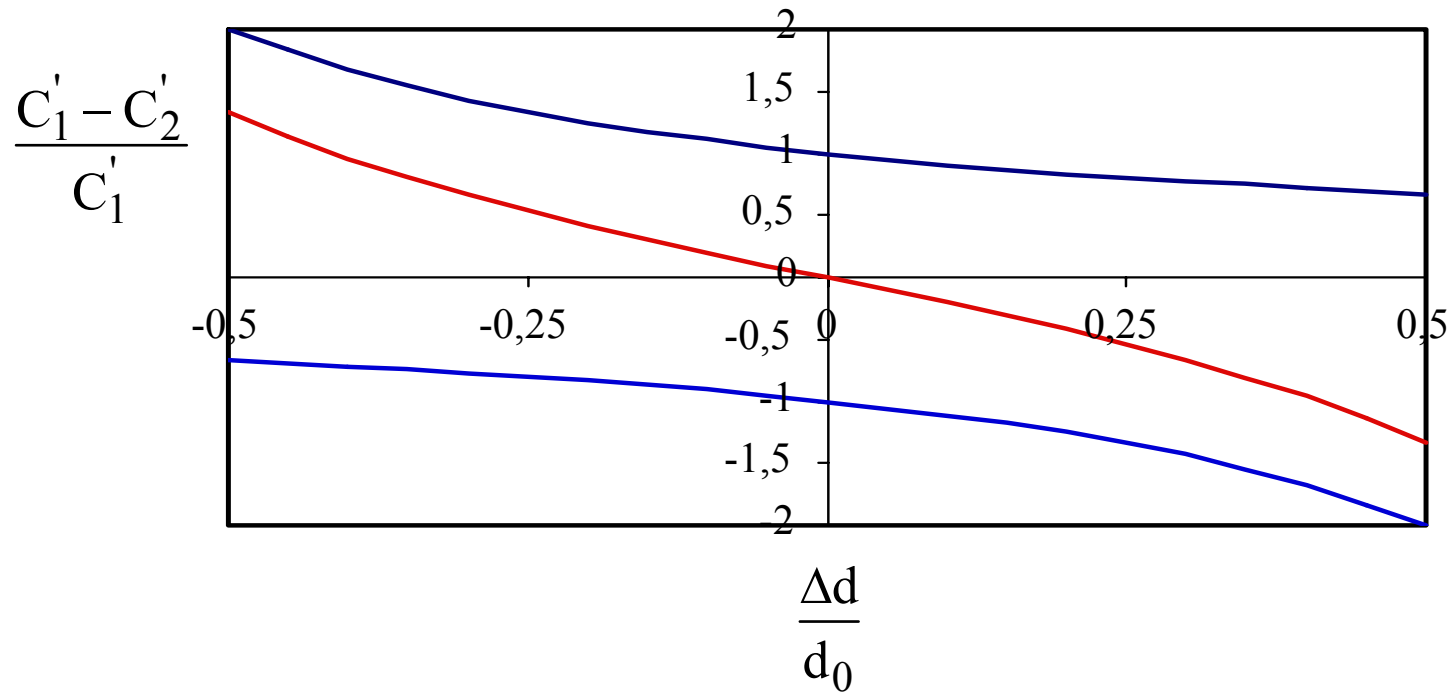
Verschiebung um  $\Delta d$ :

$$C'_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0 + \Delta d}$$

$$C'_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0 - \Delta d}$$

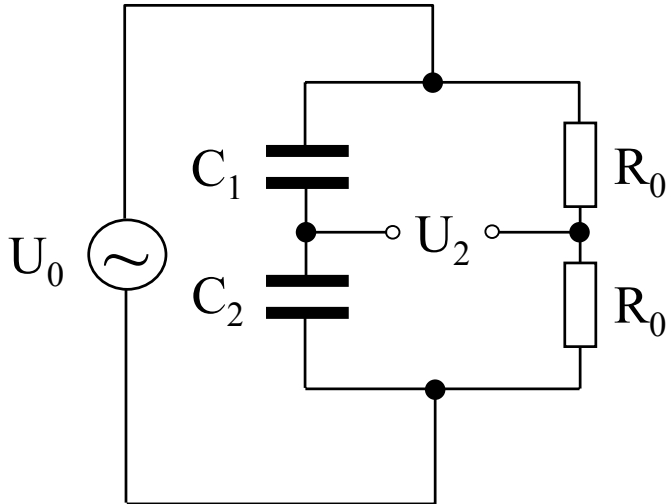
$$\Rightarrow C'_1 - C'_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A \cdot \left( \frac{1}{d_0 + \Delta d} - \frac{1}{d_0 - \Delta d} \right) = -2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A \cdot \frac{\Delta d}{d_0^2 - (\Delta d)^2}$$

# Kennlinie des Differentialkondensators



⇒ linearer Verlauf in Umgebung von  $\Delta d = 0$

## 1/2-aktive Brückenschaltung für Differentialkondensator



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0 + \Delta d}$$

$$X_1 = \frac{1}{\omega \cdot C_1}$$

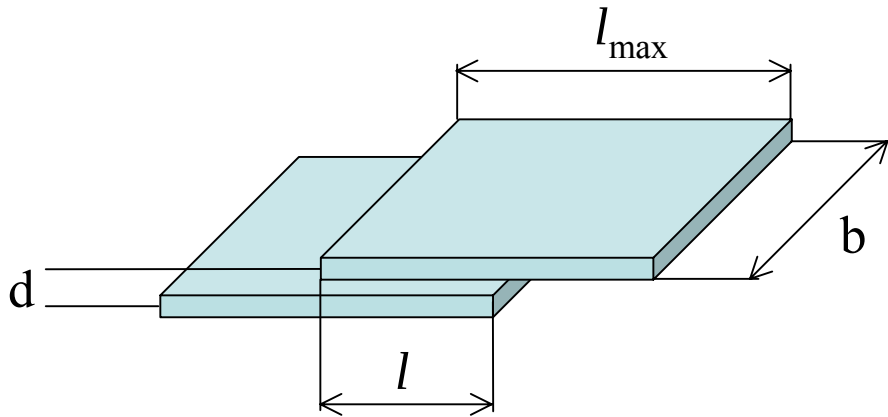
$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d_0 - \Delta d}$$

$$X_2 = \frac{1}{\omega \cdot C_2}$$

$$U_2 = -\frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta d}{d_0}$$

Anwendung: Weg- und Winkelmessung

## 5.2.2.2 Kapazitätsänderung durch Änderung der Plattenfläche



$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{b \cdot \ell}{d}$$

$\Rightarrow$

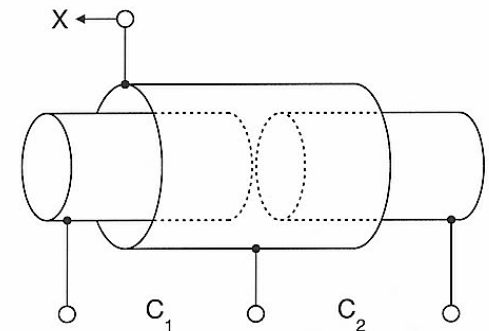
$$\frac{C}{C_{\max}} = \frac{\ell}{\ell_{\max}}$$

- bei Verschiebung entlang  $l$ -Richtung ideal lineare Kennlinie
- bei zusätzlicher Verschiebung in  $d$ -Richtung:

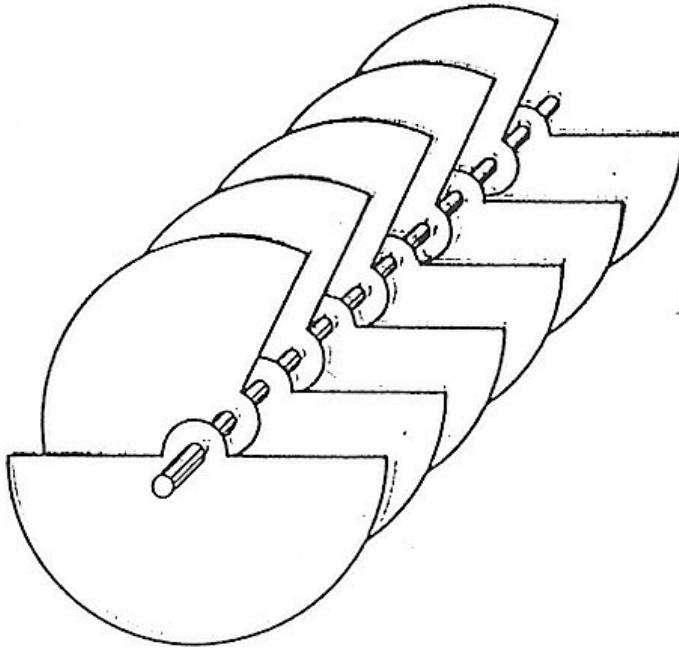
$$\frac{C}{C_{\max}} = \frac{\ell}{\ell_{\max}} \cdot \frac{1}{1 - \Delta d / d} \approx \frac{\ell}{\ell_{\max}} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta d}{d} \right)$$

$\Rightarrow$  unakzeptabel große Querempfindlichkeit

- Abhilfe: Differentialanordnung



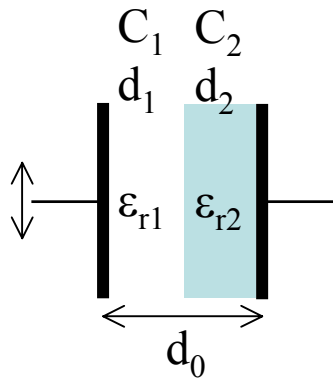
# Anwendungsbeispiel Winkelmessung mit Drehkondensator



Kennlinie  $C = f(\alpha)$  durch Form  
der Kondensatorplatten  
(Elektroden) nahezu beliebig  
einstellbar

## 5.2.2.3 Kapazitätsänderung durch Variation des Dielektrikums

### Variante I:



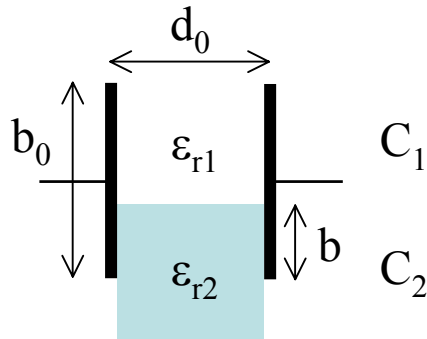
- Serienschaltung von  $C_1$  und  $C_2$
- $\epsilon_{r1} = 1$  (Luft, Vakuum)

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot A} \cdot \left( \frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}} \right)$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_0 - d_2 + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}}} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_0 - (1 - \epsilon_{r2}^{-1}) \cdot d_2}$$

- $d_2$  - Messgröße
- Anwendung: Schichtdickenmessung

## Variante II:



- Parallelschaltung von  $C_1$  und  $C_2$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot a_0 \cdot (b_0 - b)}{d_0} + \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot a_0 \cdot b}{d_0}$$

- mit  $\epsilon_{r1} = 1$  (Luft, Vakuum):

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot a_0}{d_0} \cdot (b_0 - b + \epsilon_{r2} \cdot b)$$

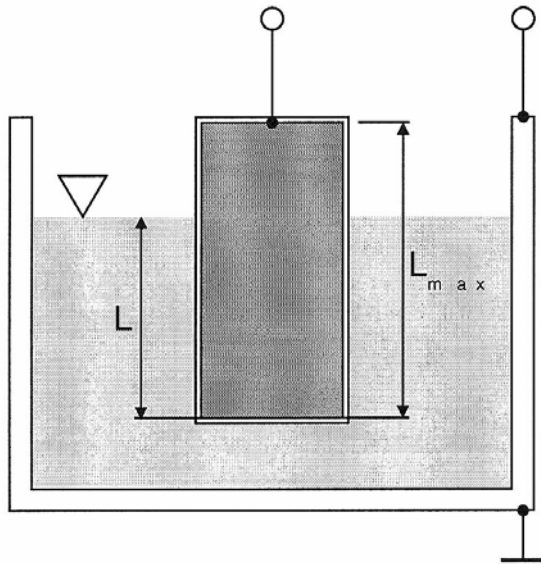
- relative Änderung:

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{C - C_0}{C_0} = \frac{b_0 - b}{b_0} + \frac{\epsilon_{r2} \cdot b}{b_0} - 1 \approx \frac{\epsilon_{r2} - 1}{b_0} \cdot b$$

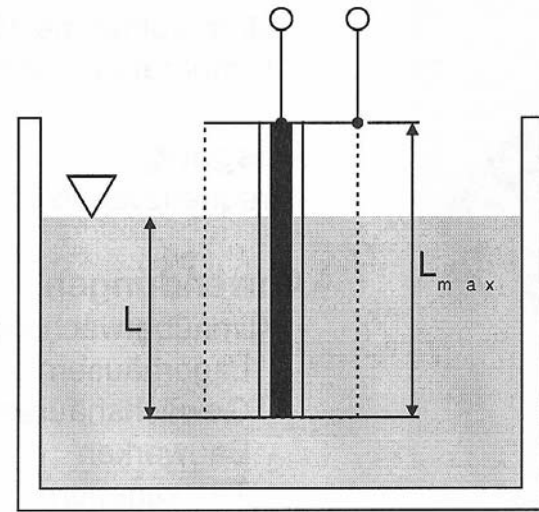
$$C_0 = C(b=0)$$

- Anwendung: Niveau-/Füllstandsmessung

## 5.2.2.4 Anwendungsbeispiel kapazitive Füllstandsmessung



Stabelektrode in Flüssigkeitsbehälter



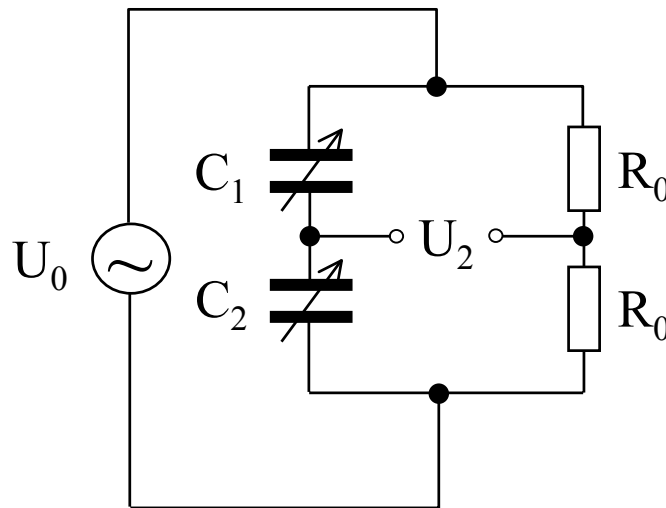
Zylinderkondensator mit durchlöcherter Außenhülle

## 5.2.2.5 Elektronikkonzepte zur Auslese kapazitiver Sensoren

### 1. Amplitudenanaloge Messung:

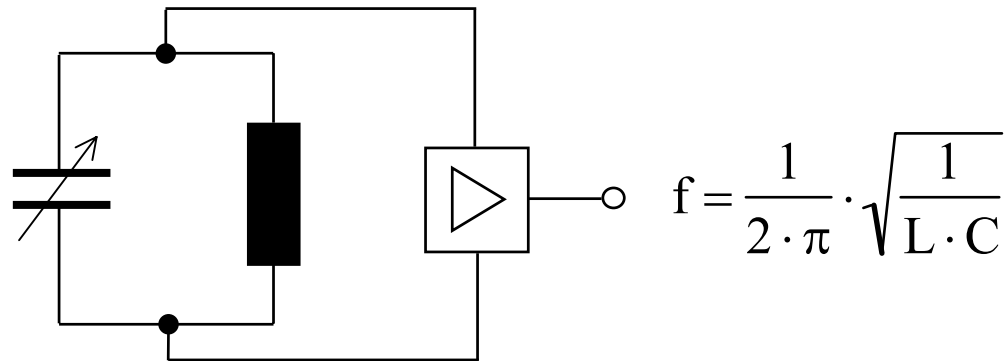
Brückenschaltung im Ausschlagmodus:

1/2-aktive Brücke:  $U_2/U_0 = (C_2 - C_1)/2 \cdot C$



## 2. Frequenzanaloge Messung:

### a) LC-Oszillator

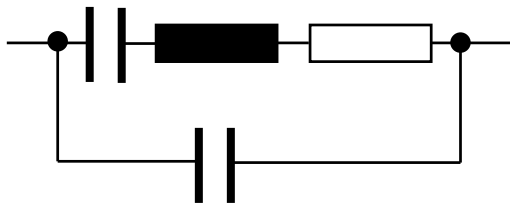


**Problem:**  $C = f(p, \text{Luftfeuchtigkeit}, \dots)$

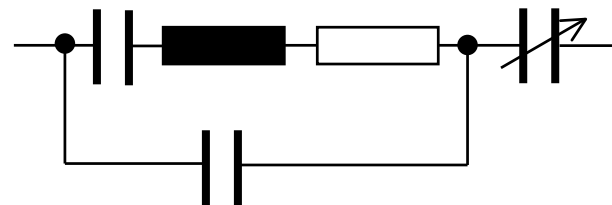
**Lösung:** Verwendung eines Referenzoszillators mit gleichem Aufbau zur Herausrechnung der parasitären Abhängigkeiten

**Problem:** stabile (bzgl. Zeit und T) und preiswerte Induktivität L

**Lösung:** Schwingquarz (Schnitt so, dass Temperaturkoeffizient = 0)

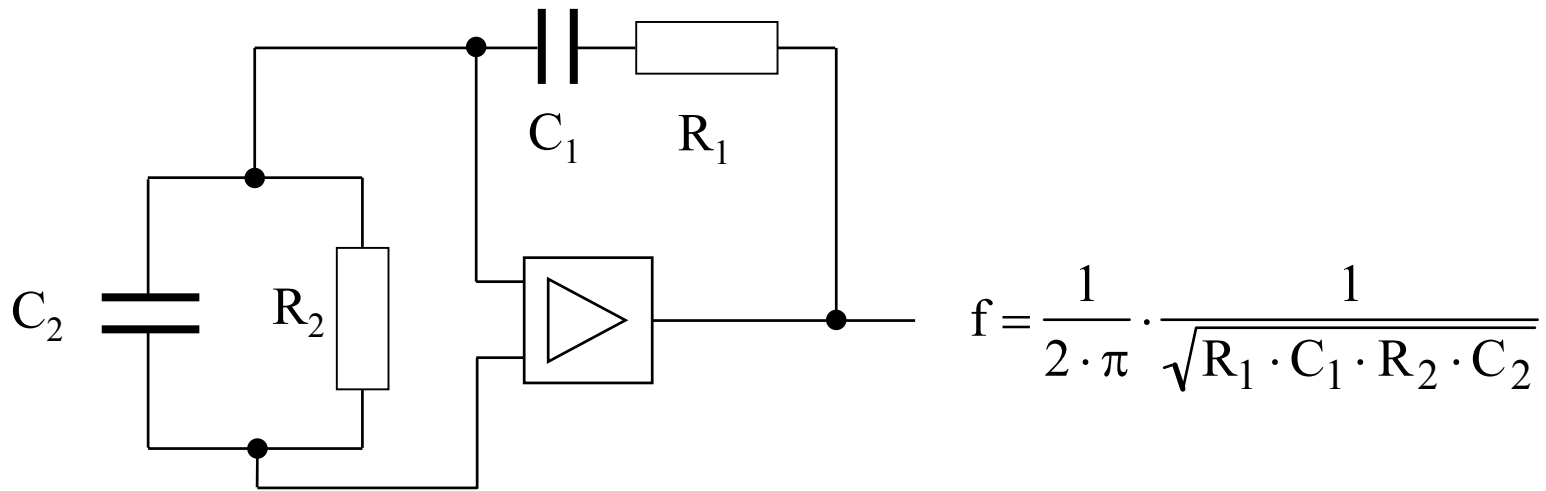


Ersatzschaltbild eines  
Schwingquarz



LC-Oszillator mit  
Schwingquarz

b) Wien-Brücken-Oszillator:



- Vorteil: man benötigt keine Induktivitäten, sondern nur Ohmsche Widerstände!
- Sowohl LC-Oszillator als auch Wien-Brücken-Oszillator sind harmonische Oszillatoren, d.h.  $U_a = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$
- Alternativ: so genannte Relaxationsoszillatoren

## 5.2.2.6 Vor- und Nachteile kapazitiver Weg- und Winkelaufnehmer

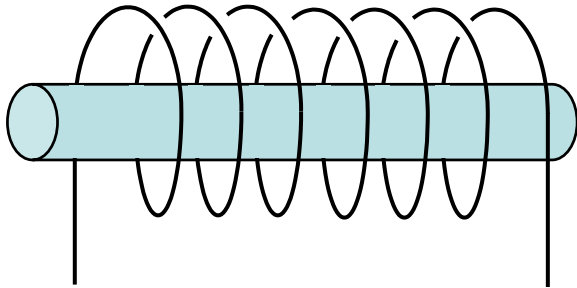
### Vorteile

- berührungslos  
⇒ keine Reibung
- einfachste Bauweise
- sehr geringe Leistungsaufnahme
- durchdringt auch isolierende Stoffe
- geringe Temperaturabhängigkeit
- extremer Temperaturbereich
- weitgehende Freiheit in Kennliniengestaltung
- Auflösung im sub-nm-Bereich möglich

### Nachteile

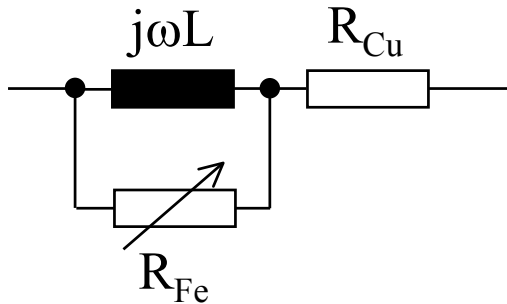
- Wechselspannung erforderlich ⇒ messtechnischer Aufwand  
 $C \leq 100 \text{ pF} \Rightarrow$  hohe Frequenzen
- kleine Messleistung (Störungen)
- Messwege klein (max. bis zu einigen cm)
- Beeinträchtigung durch Isolierwände
- Beeinträchtigung durch Staub und Feuchtigkeit ( $\epsilon_r(\text{H}_2\text{O}) = 81!$ )

## 5.2.3 Induktive Wegmessung



- Zylinderspule mit N Windungen, Länge  $\ell$  und Windungsquerschnitt A, durchsetzt von Material mit relativer Permeabilität  $\mu_r$
- Induktivität

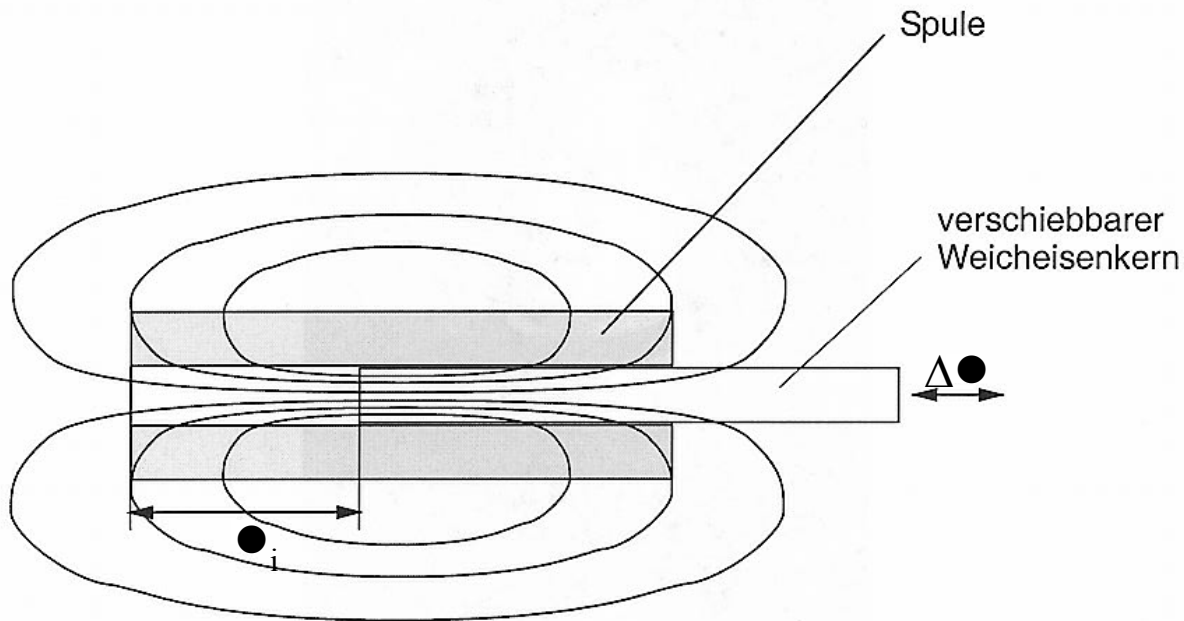
$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad \text{mit} \quad R_m = \frac{\ell}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$



$R_{Fe}$  beschreibt Hysterese- und Wirbelstromverluste

- messtechnische Nutzung nur über magnetischen Widerstand  $R_m$
- theoretisch Veränderung der Induktivität durch veränderlichen Abgriff wie bei drahtgewickeltem Wegpotentiometer möglich  $\Rightarrow$  besitzen die mit Schleifkontakten verbundenen Nachteile
- hauptsächlich Veränderung von  $R_m$  über verschiedene Permeabilität unterschiedlicher Materialien

## 5.2.3.1 Tauchankeraufnehmer



- magnetischer Widerstand setzt sich zusammen aus 3 Bereichen:

Eisen:  $\bullet_{\text{Fe}}, A_{\text{Fe}}$

Luft innen:  $\bullet_i, A_i$

Luft außen:  $\bullet_a, A_a$

$$R_m = \frac{\ell_{\text{Fe}}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_{\text{Fe}}} + \frac{\ell_i}{\mu_0 \cdot A_i} + \frac{\ell_a}{\mu_0 \cdot A_a}$$

# Herleitung der Kennlinie des Tauchankeraufnehmers

- Näherungen:  $\mu_r \approx 10^3 - 10^4 \gg 1$      $\mu_i = \mu_a = 1$      $A_{Fe} \approx A_i = A \ll A_a$   
mit  $\bullet_{Fe} = \bullet_{sp} - \bullet_i$  (sehr grobe Annahme)

$$\Rightarrow R_m \approx \frac{\ell_i}{\mu_0 \cdot \mu_i \cdot A_i} + \frac{\ell_{sp} - \ell_i}{\mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot A_{Fe}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot A} \cdot \left( \ell_i + \frac{\ell_{sp} - \ell_i}{\mu_{Fe}} \right)$$

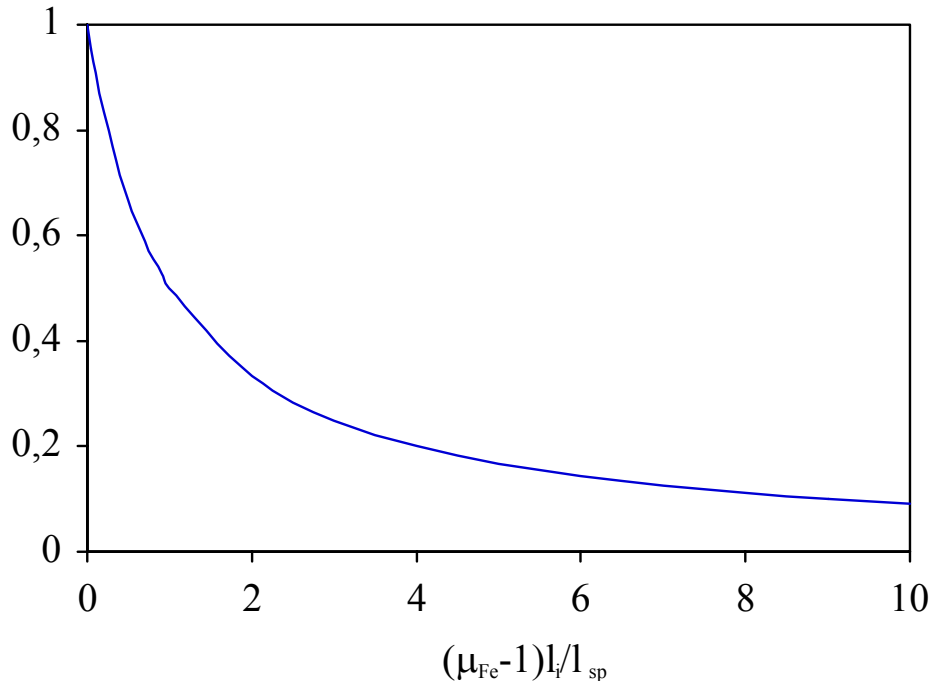
- Induktivität:  $L = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{\ell_i + \frac{\ell_{sp} - \ell_i}{\mu_{Fe}}} := k \cdot \frac{1}{\ell_i + \frac{\ell_{sp} - \ell_i}{\mu_{Fe}}}$  mit  $k = \mu_0 \cdot A \cdot N^2$

- Grenzfall: Spule vollständig von Anker durchdrungen:  $L_{\max} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot N^2 \cdot A}{\ell_{sp}}$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_{\max}} = \frac{\ell_{sp}}{\ell_{sp} + \ell_i \cdot (\mu_{Fe} - 1)} = \frac{1}{1 + \frac{\ell_i \cdot (\mu_{Fe} - 1)}{\ell_{sp}}}$$

- Problem: Verlauf der Magnetfeldlinien auf der rechten Seite nicht korrekt gezeichnet, Näherung  $\bullet_{Fe} = \bullet_{sp} - \bullet_i$  entspricht nicht dem wirklichen Verlauf  $\Rightarrow$  Verwendung eines Rückankers

# Kennlinie des Tauchankeraufnehmers

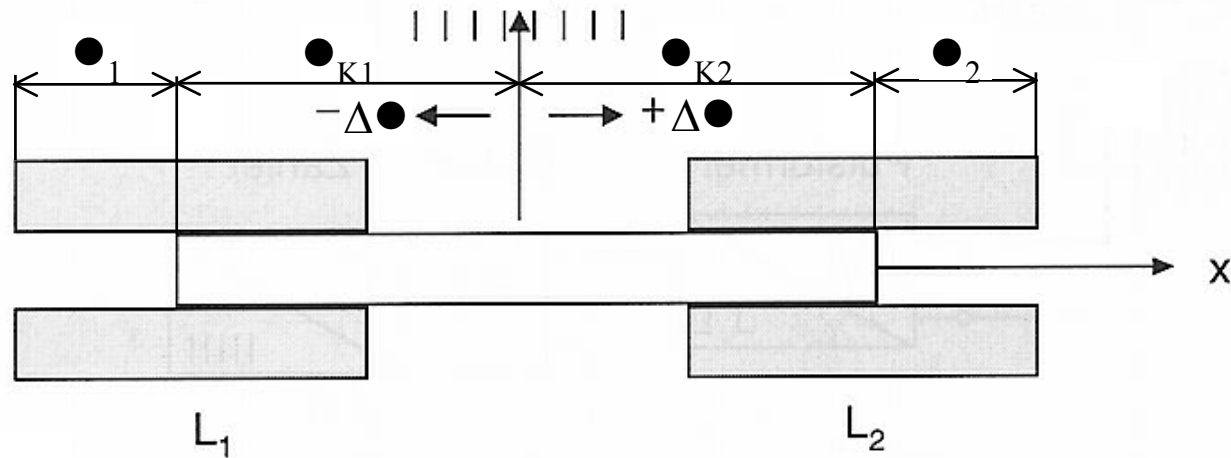


- Empfindlichkeit:

$$S = \frac{dL}{d\ell_i} \approx - \frac{L}{\ell_i + \frac{\ell_{sp} - \ell_i}{\mu_{Fe}}} \approx - \frac{L}{\ell_i}$$

- Probleme:
    - nichtlineare Kennlinie
    - hohe Empfindlichkeit nur bei kleinen  $\bullet_i$
    - Induktivität stark temperaturabhängig
- ⇒ Differentialtauchanker-aufnehmer

## 5.2.3.2 Differential-Tauchankeraufnehmer



Nullposition:  $\bullet_1 = \bullet_2 = \bullet_0$  und  $\bullet_{K1} = \bullet_{K2} = \bullet_K$   
 sonst:  $\bullet_1' = \bullet_0 + \Delta$  und  $\bullet_2' = \bullet_0 - \Delta$  bzw.  $\bullet_{K1}' = \bullet_K - \Delta$  und  
 $\bullet_{K2}' = \bullet_K + \Delta$

# Kennlinie des Differential-Tauchankeraufnehmers

$$L_1 = \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \frac{\mu_{\text{Fe}}}{\ell_K - \Delta\ell + \mu_{\text{Fe}} \cdot (\ell_0 + \Delta\ell)}$$

$$L_2 = \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \frac{\mu_{\text{Fe}}}{\ell_K + \Delta\ell + \mu_{\text{Fe}} \cdot (\ell_0 - \Delta\ell)}$$

$$\Rightarrow L_1 - L_2 = -2 \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \frac{\mu_{\text{Fe}} \cdot (\mu_{\text{Fe}} - 1) \cdot \Delta\ell}{(\ell_K + \mu_{\text{Fe}} \cdot \ell_0)^2 - ((\mu_{\text{Fe}} - 1) \cdot \Delta\ell)^2}$$

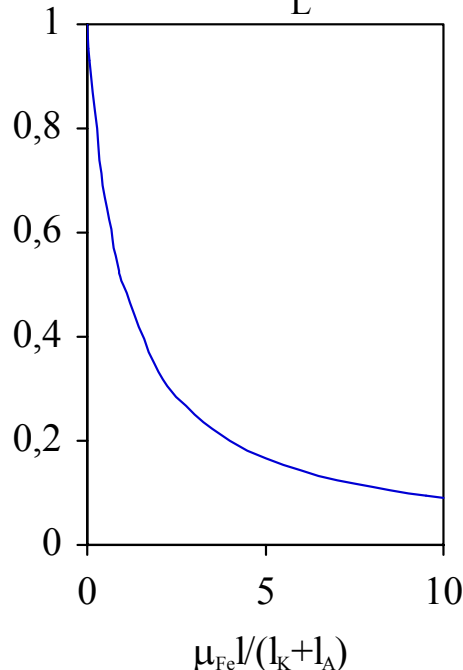
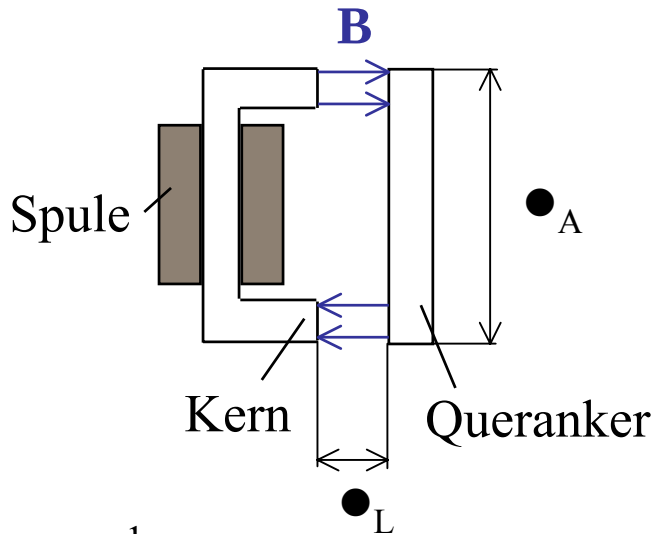
$$\text{für } \mu_{\text{Fe}} \cdot \ell_0 \gg \ell_K \text{ und } \mu_{\text{Fe}} \gg 1: L_1 - L_2 = -2 \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \frac{\Delta\ell}{\ell^2 - (\Delta\ell)^2}$$

⇒ Kennlinie des Differentialtauchankeraufnehmers analog der des Differentialkondensators

⇒ Temperaturschwankungen der Permeabilität werden eliminiert

⇒ Messung mit 1/2-aktiver Brückenschaltung oder Oszillator

## 5.2.3.3 Querankeraufnehmer



- Permeabilität des Kerns und Querankers:

$$\mu_{\text{Fe}} \gg 1$$

- $\bullet_K$  - Gesamtlänge des Kerns

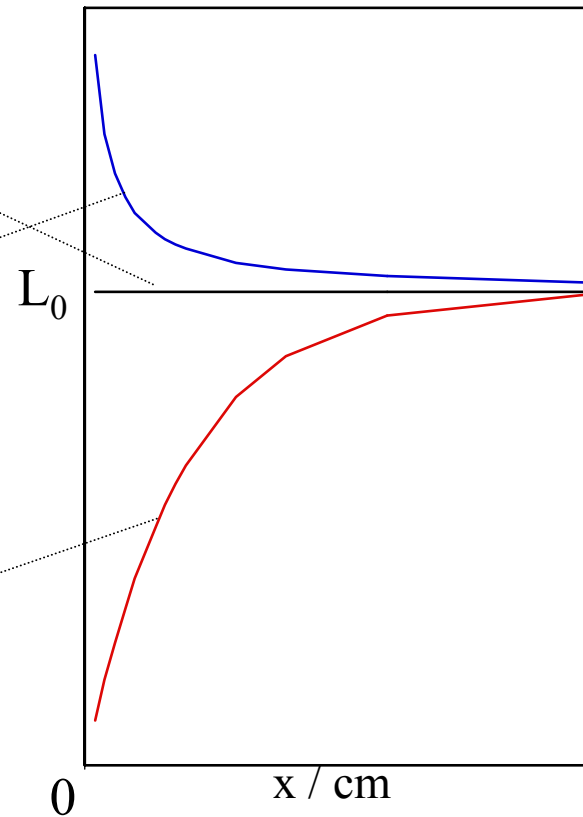
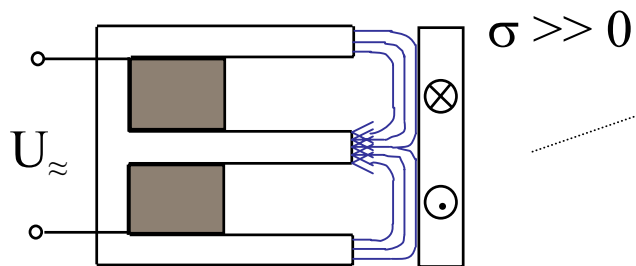
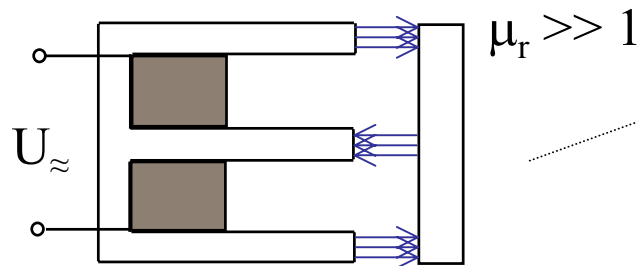
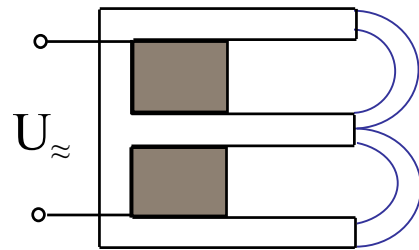
$$L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \mu_{\text{Fe}} \cdot \frac{1}{\ell_K + \ell_A + 2 \cdot \mu_{\text{Fe}} \cdot \ell_L}$$

- Maximum bei  $\bullet_L = 0$  :

$$L_{\max} = \mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot \mu_{\text{Fe}} \cdot \frac{1}{\ell_K + \ell_A}$$

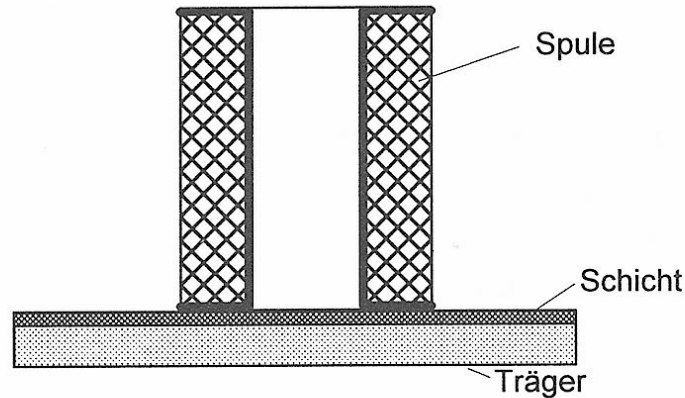
- qualitativ gleiche Kennlinie  $L/L_{\max}$  wie bei Tauchankeraufnehmer  
 $\Rightarrow$  Differentialanordnung
- Anwendung: berührungsloser Endschalter
- Umkehrung ist Relais
- Vorteil: sehr kompakte und robuste Bauweise

# Querankeraufnehmer mit zylindrischer Schalenkernanordnung und unterschiedlichem Jochmaterial



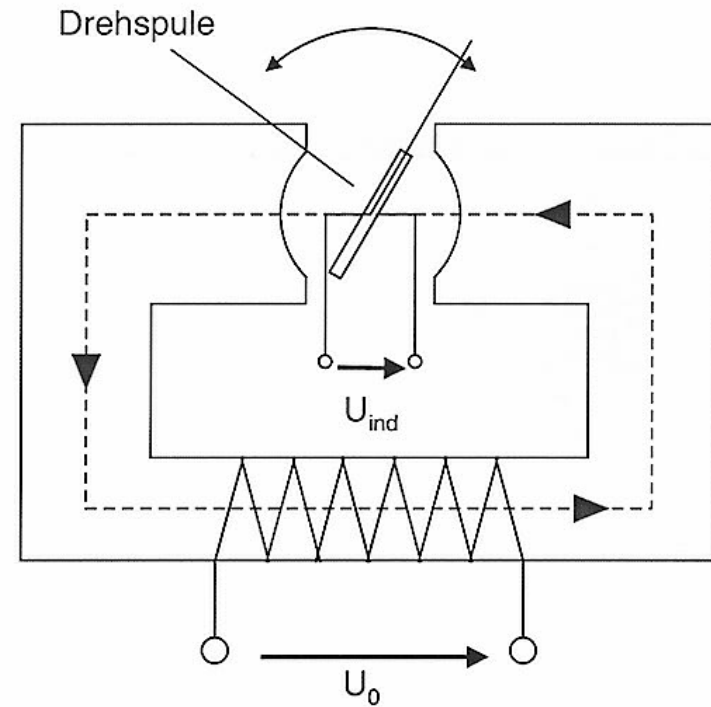
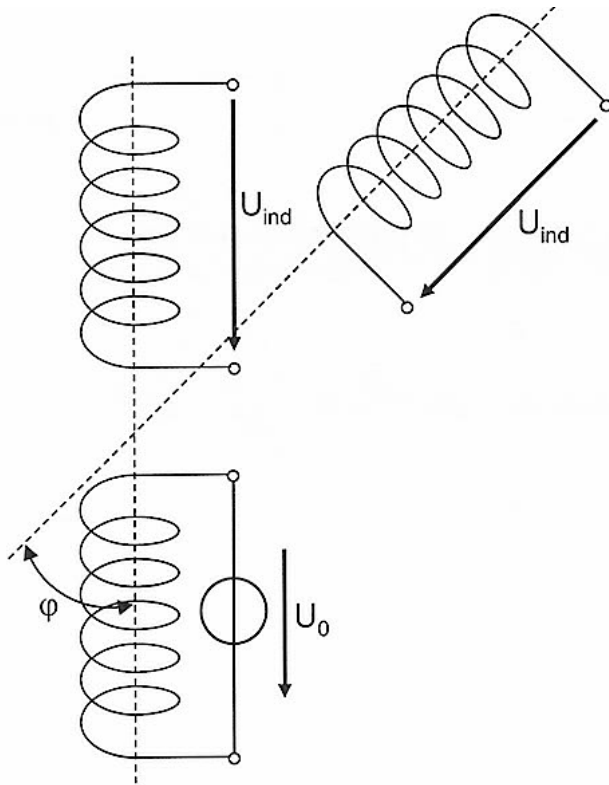
## 5.2.3.4 Anwendungen von induktiven Wegsensoren

- Schichtdickenmessung von einer nichtleitenden Schicht auf metallischem Träger:



- Bestimmung der Leitfähigkeit von Halbleitermaterialien (Voraussetzung: Dicke  $\gg$  Eindringtiefe und definierter Abstand zwischen Spule und Probe)
- Bestimmung der Dotiertiefe bei bekannter Leitfähigkeit

## 5.2.3.5 Induktive Winkelaufnehmer



## 5.2.3.6 Vor- und Nachteile induktiver Weg- und Winkelaufnehmer

### Vorteile

- berührungslos
- driftfrei (AC-Speisung)
- mittlerer Messweg
- relativ hohes Ausgangssignal
- sehr hohe Messempfindlichkeit (bis nm-Auflösung möglich)
- keine Beeinträchtigung durch Staub oder Schmutz
- Durchdringen nichtleitender und nichtmagnetischer Materialien (z.B. Gehäuse)

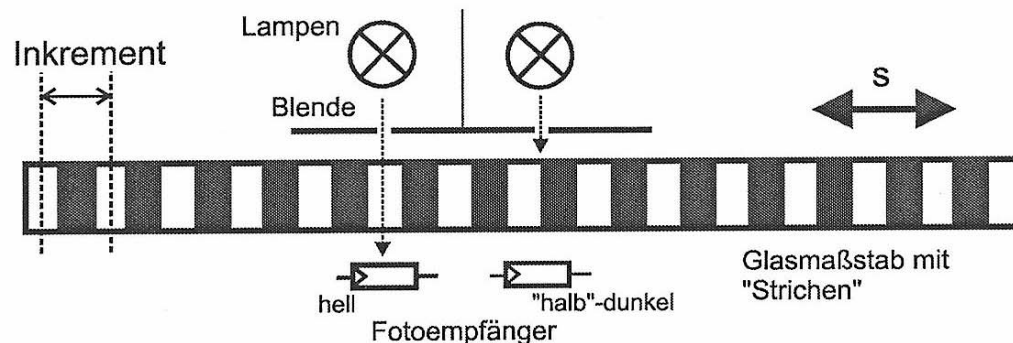
### Nachteile

- höhere Stellkräfte als bei kapazitiven Sensoren
- gewisse magnetische Rückwirkung
- AC-Speisung  $\Rightarrow$  erheblicher messtechnischer Aufwand
- Temperaturabhängigkeit (kann aber z.T. durch Differenzialanordnungen eliminiert werden)
- erhebliche Nichtlinearität
- kaum Möglichkeiten zum Maßschneiden der Kennlinie

## 5.2.4 Optische Verfahren zur Weg- und Winkelmessung

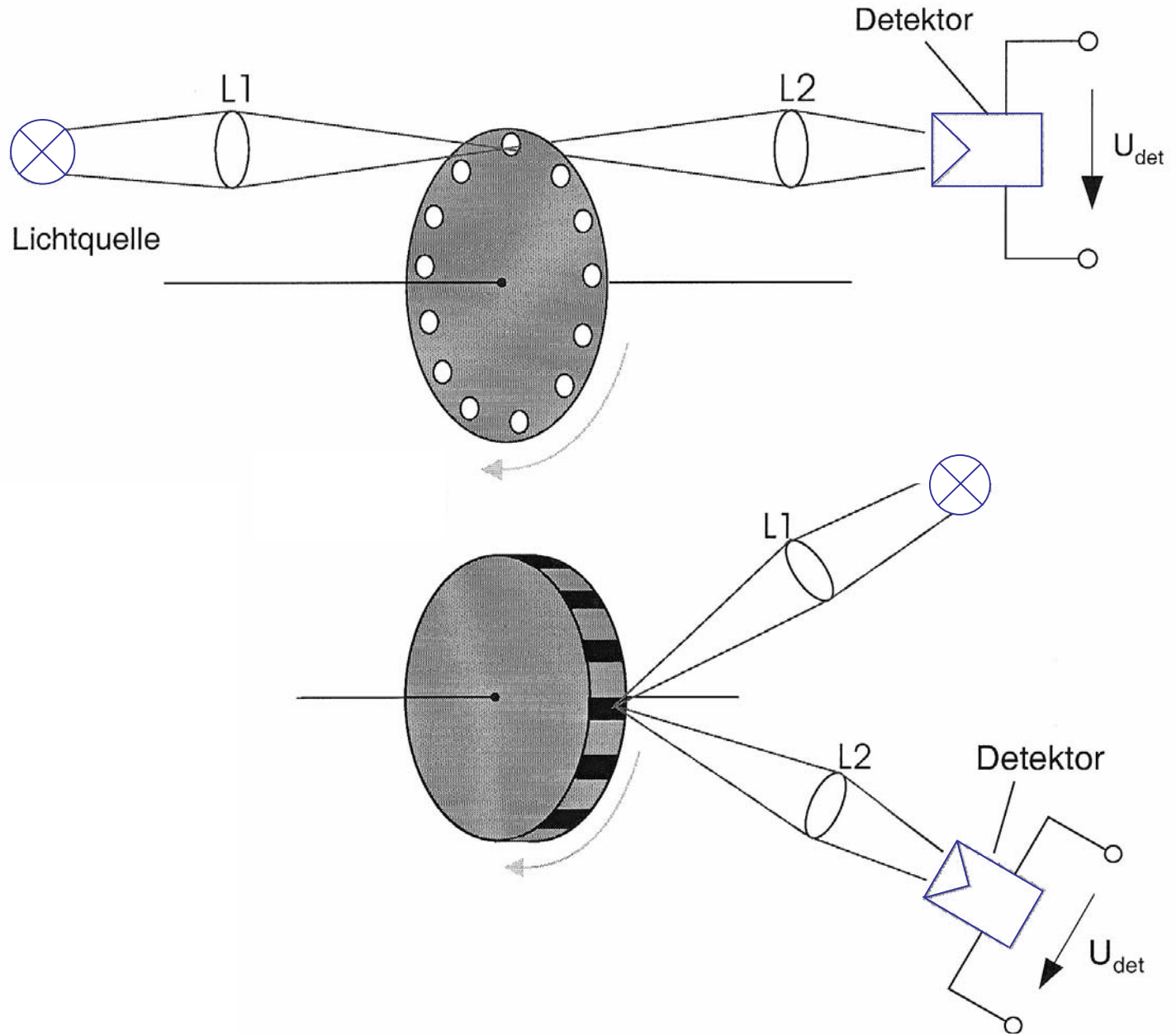
### 5.2.4.1 Inkrementale Längenmesssysteme

- Messweg in gleich große, abzählbare Intervalle (Inkrement) unterteilt
- Auflösungsvermögen durch Breite der Intervalle bestimmt



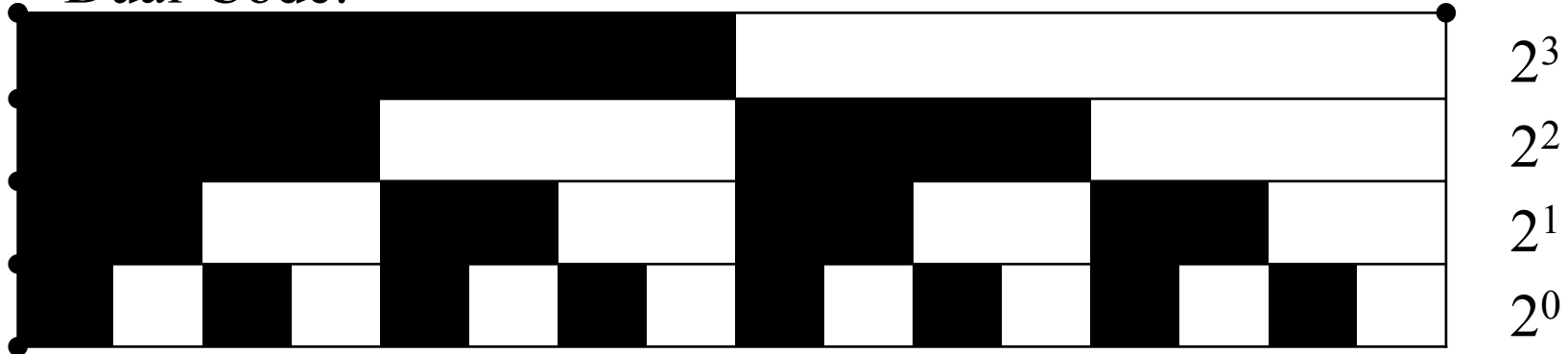
- Verwendung von zwei um  $1/4$  der Intervallbreite versetzte Empfänger gestattet Aussage über Richtung  $\Rightarrow$  Zählrichtung bestimmbar
- besitzen keinen festen Bezugspunkt, kein absoluter Zählerstand
- Auflösung bis zu ca.  $2\text{ }\mu\text{m}$

# Inkrementale Winkel- und Drehzahlmessung

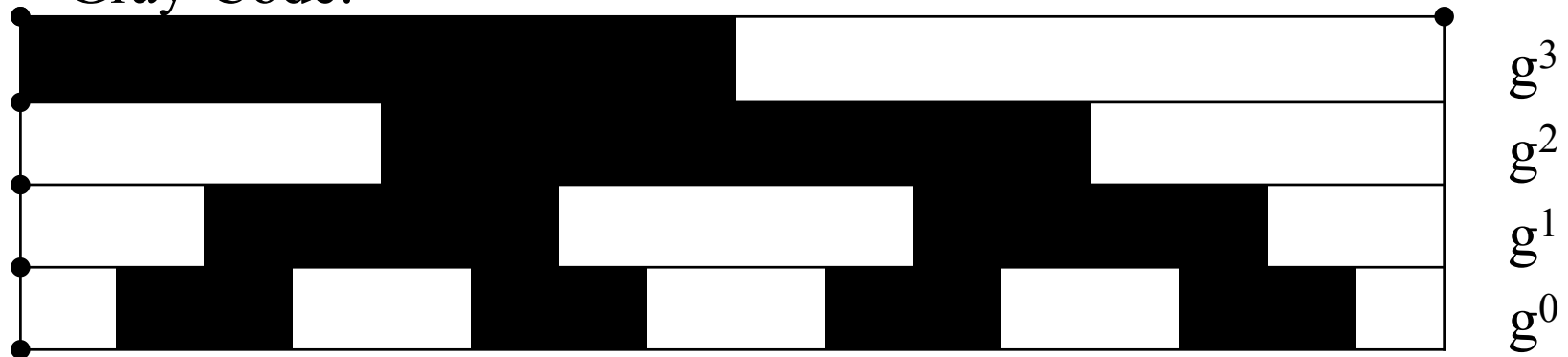


## 5.2.4.2 Codierte Längenmesssysteme

Dual-Code:



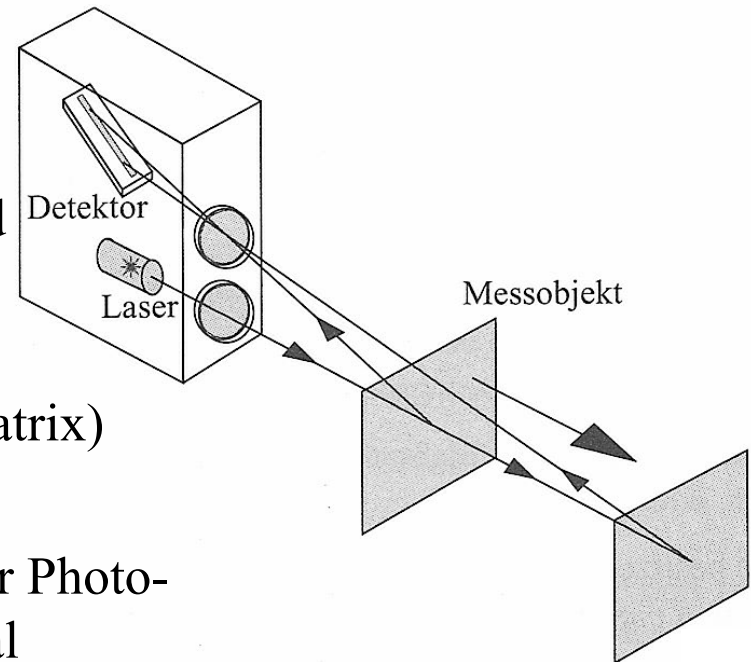
Gray-Code:



- besitzen festen Bezugspunkt
- gleichzeitiges Ändern mehrerer Bits (Mehrdeutigkeit)  $\Rightarrow$  falsche Ausgabewerte möglich  $\Rightarrow$  einschrittige Codes (z.B. Gray-Code)
- Maßstäbe als Scheibe  $\Rightarrow$  Winkelmessung

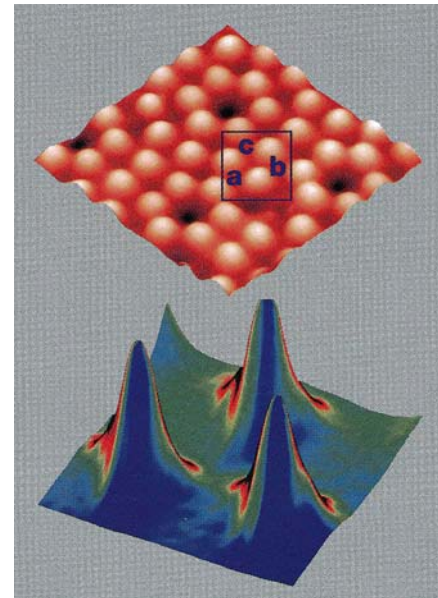
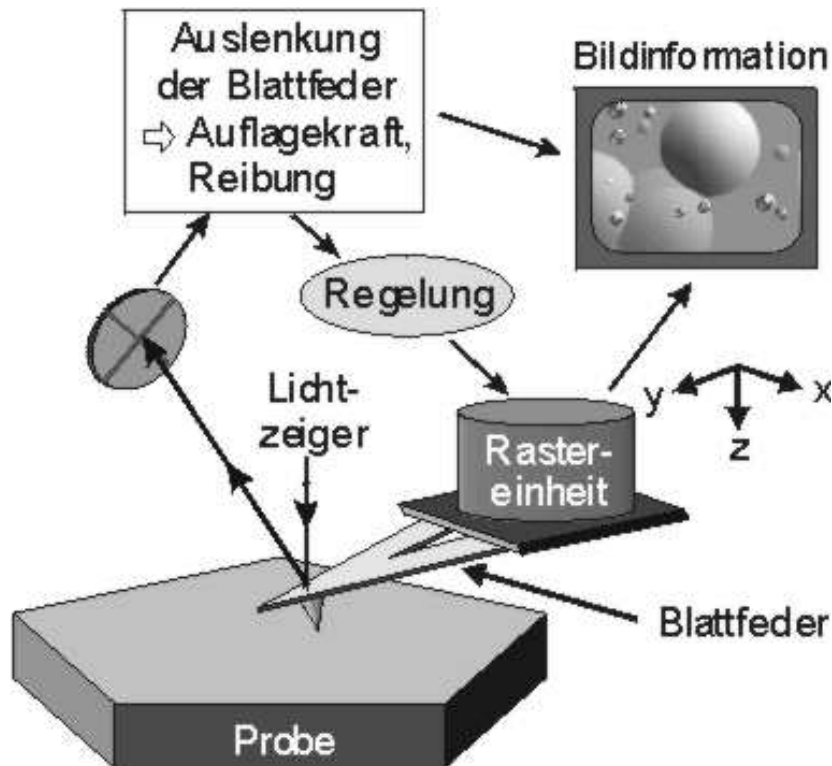
## 5.2.4.3 Triangulationsverfahren

- nach Gauß
- Einsatz in der Längen- und Abstandsmessung im industriellen Nahbereich von etwa 50 cm bis 1 m
- Auflösung: ca.  $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$
- breiter Einsatz für Schichtdickenmessung, Durchmesserprüfung und Formprüfaufgaben
- Erweiterung auf 2D: Lichtschnittverfahren (siehe Anwendung CCD-Matrix)
- **Achtung:** aufgrund der Konstruktion der Photo- oder CCD-Zeile ist Messung inkremental  
serielles Auslesen mit Schieberegister  
Lichtstreuung  $\Rightarrow$  mehrere nebeneinander liegende Pixel reagieren auf Licht  $\Rightarrow$   $\mu$ -Controller errechnet Schwerpunkt



# Rasterprobenmikroskopie

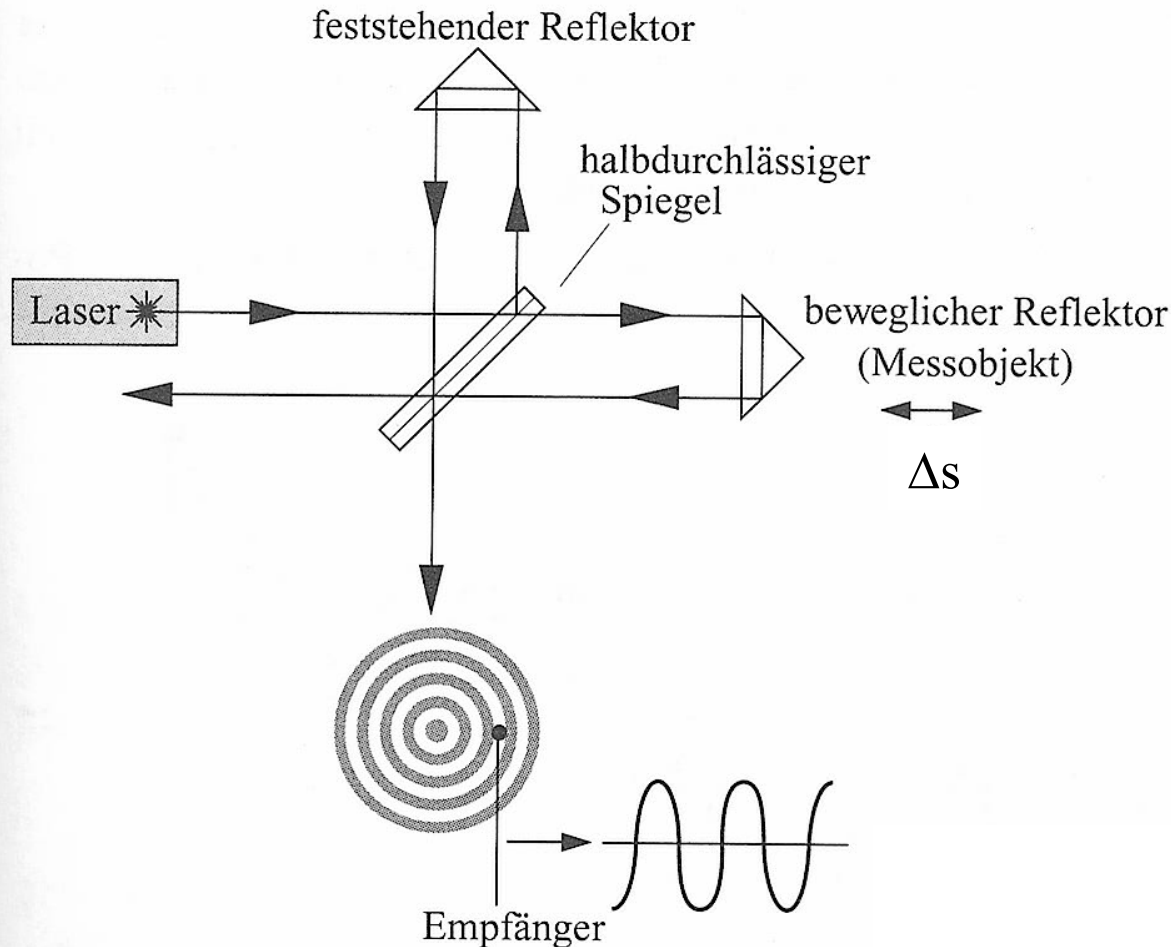
- englisch: Scanning Probe Microscopy (SPM)
- verschiedene Varianten:
  - Rasterkraftmikroskopie (Atomic Force Microscopy)
  - Rastertunnelmikroskopie (Scanning Tunnel Microscopy)
  - Magnetkraftmikroskopie (Magnetic Force Microscopy)
- horizontale Auflösung: wenige Å, laterale Auflösung: wenige nm



Si (111)-Oberfläche  
7 nm x 7 nm

## 5.2.4.4 Längen-Interferometrie

- nach Michelson (1852-1931)



- Lichtstrahlen 1 und 2 legen geometrischen Weg  $s_1$  bzw.  $s_2$  zurück
- Interferenzmaxima bei  $2 \cdot n \cdot \Delta s = k \cdot \lambda$  ( $n$  - Brechungsindex)
- Verschiebung des Messobjektes um  $\Delta s \Rightarrow$  Abstandsänderung von  $\lambda/4$  bewirkt maximale Änderung der Lichtintensität

# Eigenschaften des Michelson-Interferometers

- Michelson-Anordnung: fester Referenzspiegel und beweglicher Messspiegel
- Längenmessung durch Zählung der Intensitätsmaxima bzw. -minima
- Intensität:

$$I = I_{\max} \cdot \cos^2\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta s\right)$$

- maximale Auflösung: einige 10 nm bei Messbereichen bis mehr als 10 m und maximalen Verfahrensgeschwindigkeiten von bis zu 10 m/s
- Praxis: Verwendung von Ein- oder Zweifrequenzlaser

**Zweifrequenzlaser:** Laser liefert zwei senkrecht zueinander polarisierte elektro-magnetische Wellen mit  $\Delta f = 2$  bis 700 MHz

⇒ Verschiebung des Messspiegels führt zu Frequenzverschiebung des Schwebungssignals in Abhängigkeit von der Bewegungsrichtung

⇒ Richtungserkennung

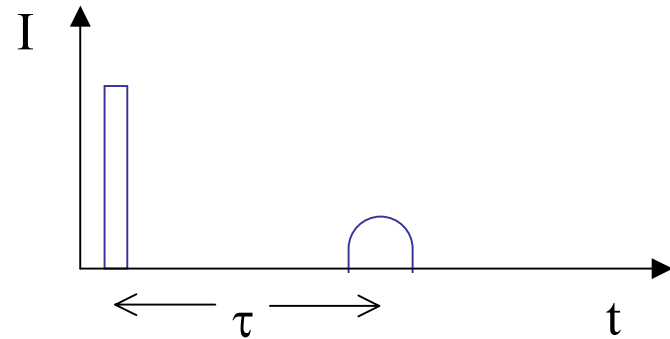
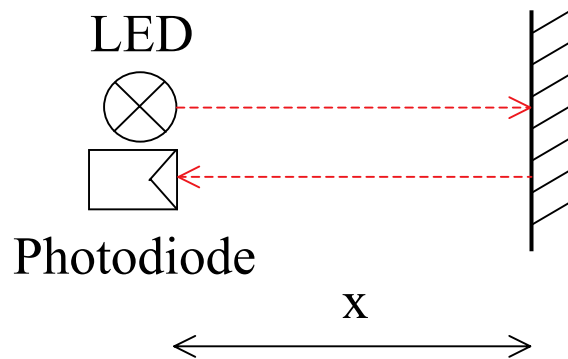
- Messsicherheit hauptsächlich durch Brechungsindices der Medien im Strahlengang bestimmt

$n(\text{Luft}) = f(p, T, \text{Gaszusammensetzung})$

**Bsp.:**  $\Delta T = 1^\circ\text{C} \Rightarrow \text{Messunsicherheit von } 1 \mu\text{m/m}$

## 5.2.4.5 Laufzeitverfahren (time-of-flight)

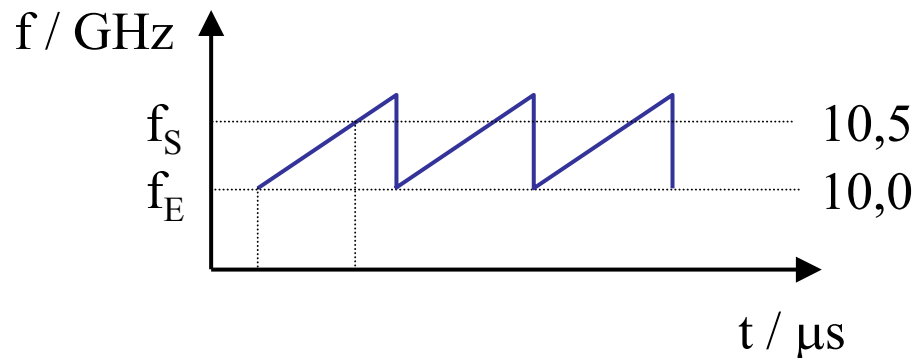
- Messung der Laufzeit eines an einem Gegenstand reflektierten Lichtpulses



- Laufzeit:  $\tau = 2 \cdot x / c$
- hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes  $\Rightarrow$  Zeitmessungen im Bereich von 6,67 ps/mm
- Bsp.:** *Pulslänge 1 ns  $\Rightarrow$  minimaler Messabstand 15 cm*
- Messbereich: 0,2 m bis 1 km
- bei Messentfernungen von  $> 100$  m Anbringung eines Reflektors auf dem Messobjekt

# Verfahren zur Erhöhung der Zeitauflösung

## 1) Frequenzmodulation (FM)



$$f_s = f_0 \cdot (1 + t/\tau)$$

wenn Lichtstrahl Weg  
2·x zurückgelegt hat:

$$f_E = f_0 \text{ und}$$

$$f_s = f_0 \cdot (1 + 2 \cdot x / c \cdot \tau)$$

Mischen  $\Rightarrow$

$$f_s - f_E = \frac{f_0 \cdot 2 \cdot x}{\tau \cdot c} = \Delta f$$

Zwischenfrequenz z.B. 0,3 MHz

## 2) Amplitudenmodulation (AM)

Modulation z.B. mit  $f_M = 1 \text{ MHz}$  ( $\Rightarrow T = 1 \mu\text{s}$ )

Vergleich der Phasenlage von gesendetem und reflektiertem Signal

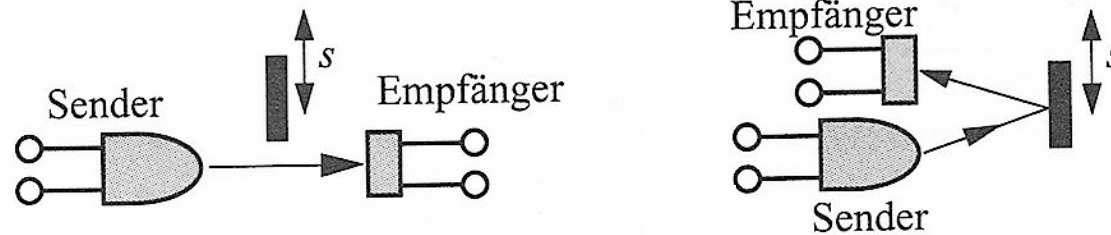
Annahme: Gesamtphasenverschiebung =  $2 \cdot \pi \Rightarrow l_{2 \cdot \pi} = 300 \text{ m} = 2 \cdot x$

$\Rightarrow$  für  $x > 150 \text{ m}$  mehrdeutig (Abhilfe: gepulste AM-Signale)

Genauigkeit einer Phasenmessung:  $0,001^\circ \Rightarrow$  Messgenauigkeit:  $\approx 0,5 \text{ mm}$

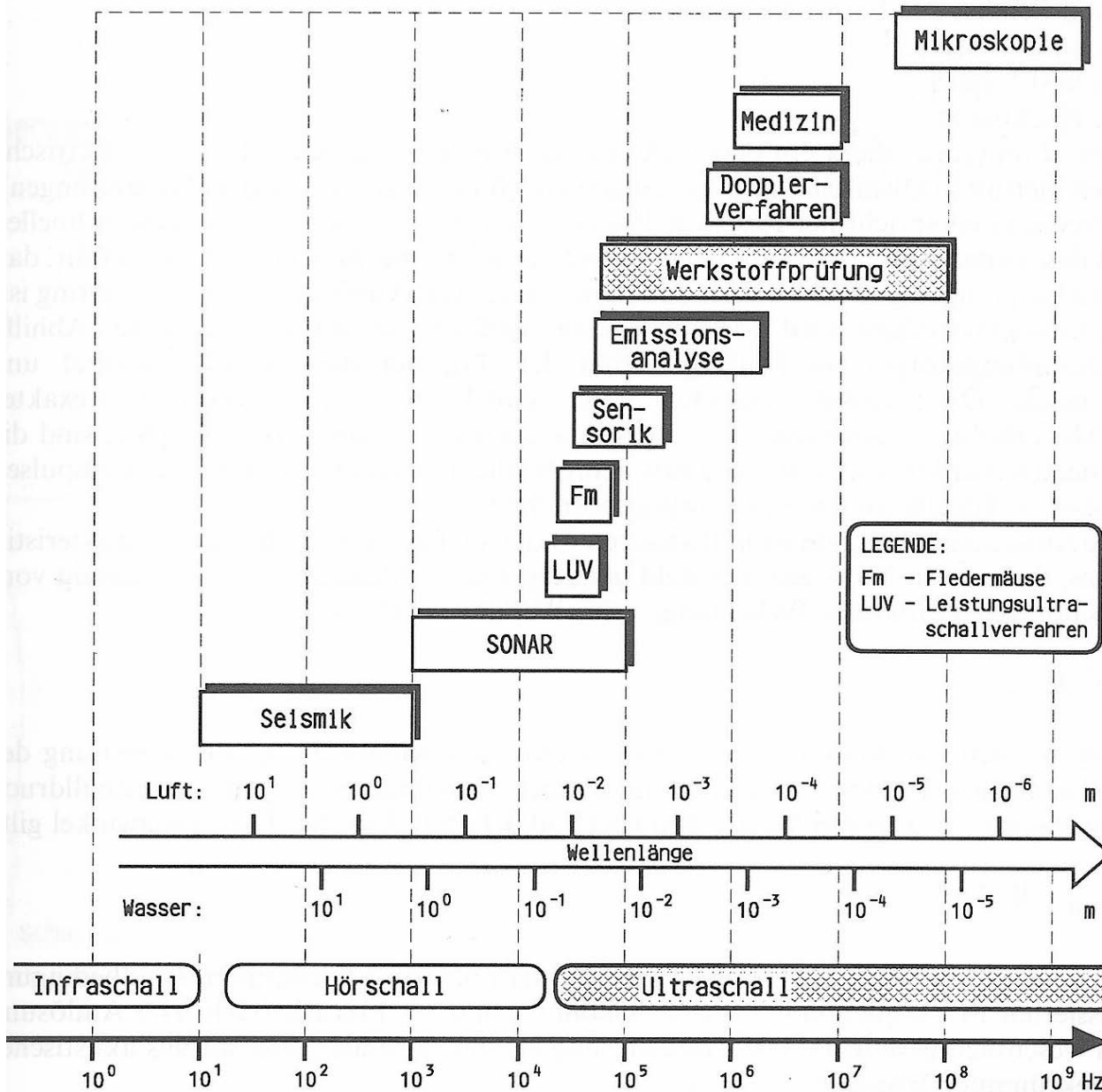
## 5.2.4.6 Positionsbestimmung mit optischen Verfahren

- Lichtschranken:  
Sender meist LEDs  
Empfänger meist Phototransistoren oder Photodioden



- Lateraleffektdioden (PSD = Position Sensing Detector) (siehe Photodioden)
- Spalt- und Quadrantensensoren (siehe Photodioden)

## 5.2.5 Ultraschallverfahren



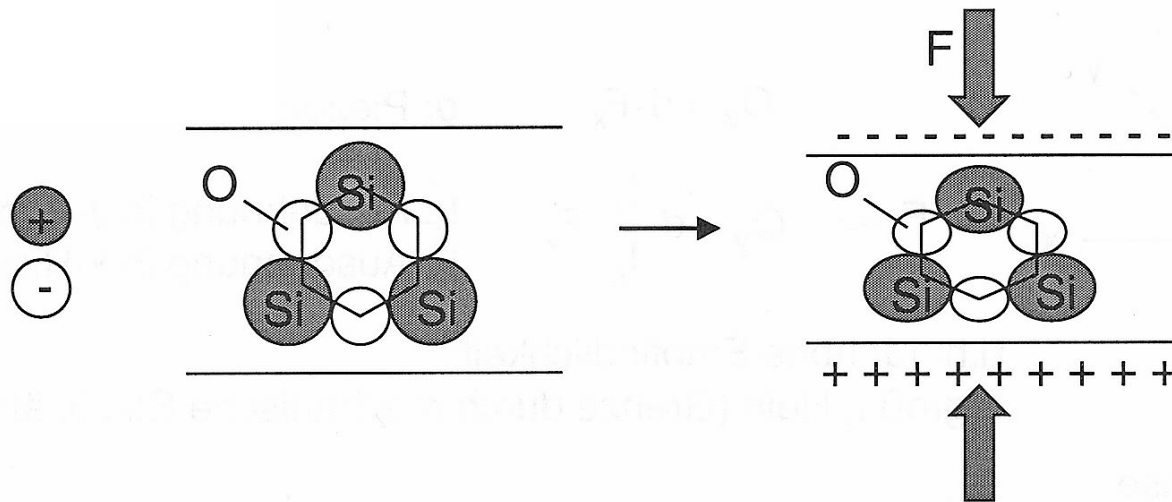
Frequenzbereiche des Schalls

## 5.2.5.1 Eigenschaften des Ultraschalls

- Frequenzbereich von ca. 20 kHz bis GHz
- Unterschiede zum Licht:
  - Schallwellen sind mechanische Schwingungen  $\Rightarrow$  Ausbreitung ist an Materie gebunden (in Vakuum nicht möglich)  
 $v(\text{Luft}) = 330 \text{ m/s}$ ,  $v(\text{Wasser}) = 1200 \text{ m/s}$ ,  $v(\text{Stahl}) \approx 6600 \text{ m/s}$
  - in Flüssigkeiten und Gasen nur Ausbreitung von Longitudinalwellen
  - in Festkörpern Ausbreitung von Longitudinal- und Transversalwellen
- Analogien zur elektromagnetischen Welle (z.B. Licht):
  - viele physikalische Formeln und Begriffe sind gleichbedeutend (Longitudinal- und Transversalwellen, Interferenz, Beugung, Reflexion, Streuung, Brechung ...)
- Ultraschallmessverfahren nutzen Tatsache, dass Ultraschall an Grenzflächen, wie z.B. fest/gasförmig, stark reflektiert wird
- Erzeugen und Empfangen hauptsächlich auf Basis des piezoelektrischen Effekts

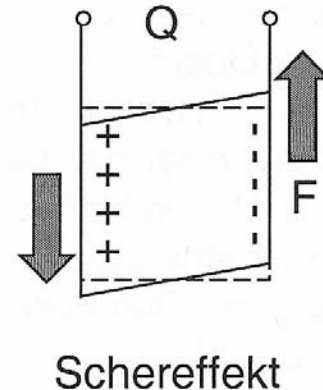
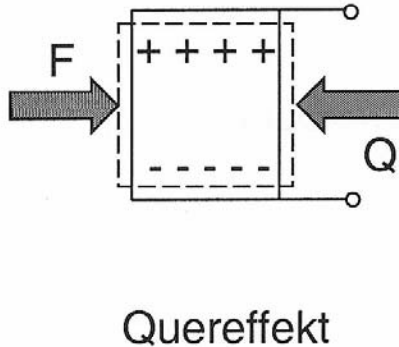
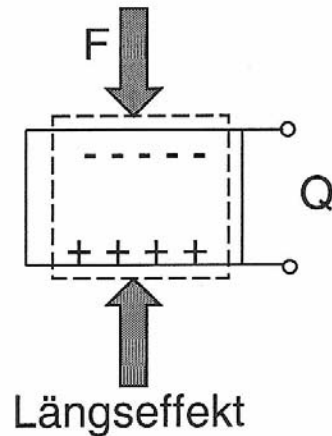
## 5.2.5.2 Piezoelektrizität

- **Piezoelektrischer Effekt:** Bildung von elektrischen Ladungen auf den Oberflächen einiger Kristalle und Polymere mit elektrisch polarisierter Achse, wenn man sie einer mechanischen Spannung unterwirft
- **Bsp.:**  $\text{SiO}_2$  (Quarz)

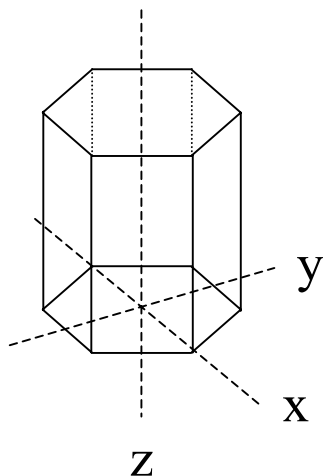


- Längen- und Ladungsänderung verknüpft, Effekt umkehrbar
- Ladung  $\rightarrow$  mechanische Spannung: Elektrostriktion

# Wirkungsrichtungen des piezoelektrischen Effektes



## Quarz-Kristall und Piezoelektrizität



$F_{zz} \rightarrow$  keine Ladungserzeugung

$F_{xx} = F_x$  - Ladung an senkrecht zur x-Achse stehender Fläche  $\rightarrow$  Quereffekt

$Q_x = d \cdot F_x$   $d$  - Piezomodul

$F_{yy} = F_y$ :  $Q_y = d \cdot (l_y/l_x) \cdot F_y$

$l_x, l_y$  - Abmessungen des Quarzes

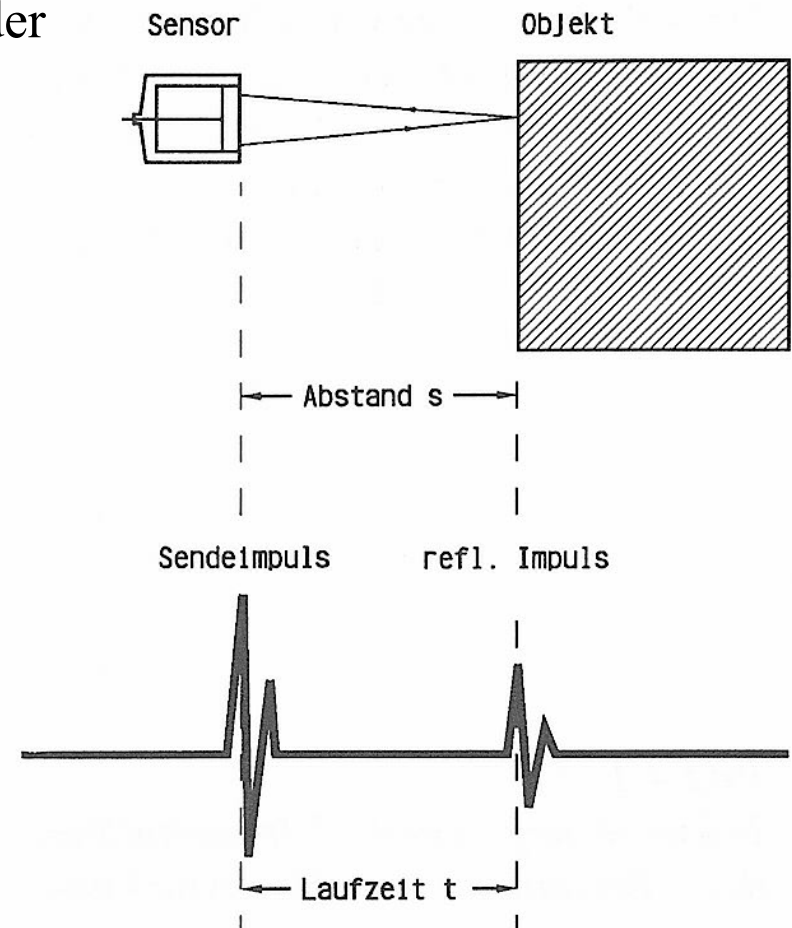
$\Rightarrow$  für große Empfindlichkeit:  $l_y$  groß,  $l_x$  klein

## 5.2.5.3 Längenmessungen mit Ultraschallmessverfahren

- piezoelektrischer Wandler (Transducer) fungiert als Sender und Empfänger für Ultraschall (Piezoelektrizität ist reversibel)
- piezoelektrische Transducer werden in der Nähe ihrer Resonanzfrequenz betrieben (typisch 32 kHz)
- Messung im allgemeinen mit Echoverfahren (Laufzeitverfahren)
- wesentlich kürzere Distanzen messbar als mit optischer Strahlung
- Schallgeschwindigkeit ist temperaturabhängig:

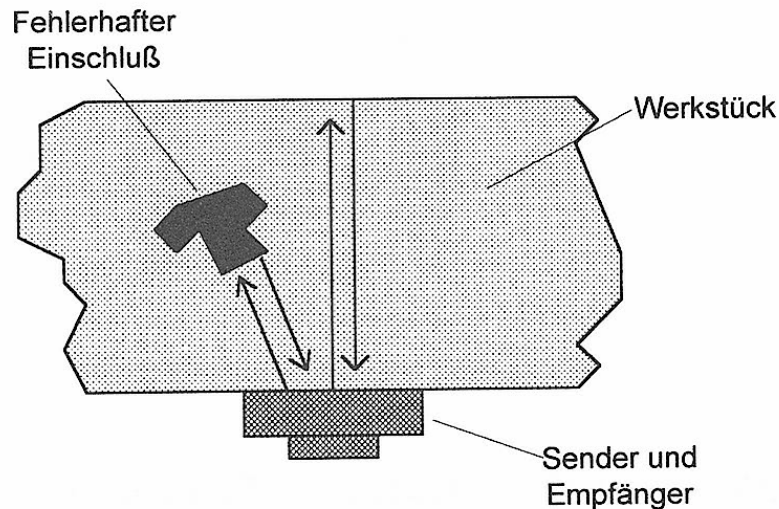
$$c_L = 331,3 \cdot (1 + T/273)^{1/2} \text{ m/s}$$

⇒ Kompensation über externen Temperatursensor

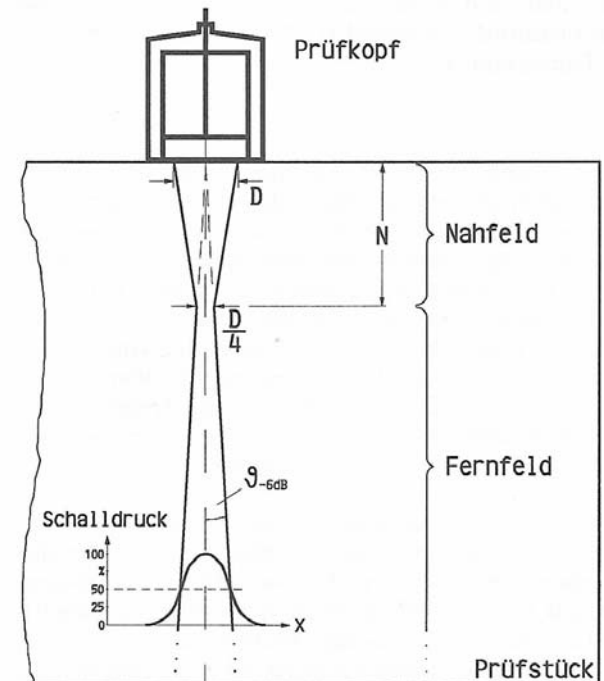


# Ultraschallverfahren für zerstörungsfreie Werkstoffprüfung

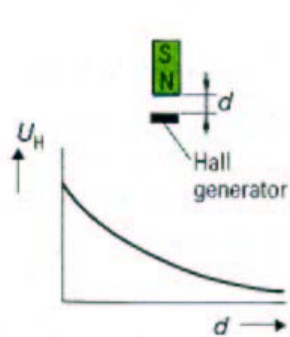
- zerstörungsfreie Werkstoffprüfung (NDE) wichtigste Anwendung von Ultraschallverfahren



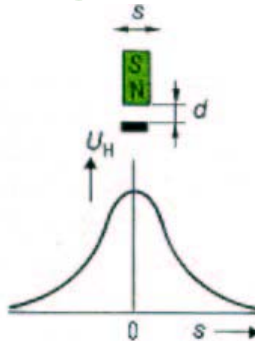
- Charakteristik des Schallfeldes:
- Achtung: mögliche Verfälschung des Messergebnisses durch Nebenkeulen



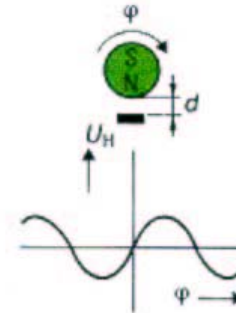
# 5.2.6 Weg-, Längen-, Positions- und Winkelmessung mit Magnetfeldsensoren



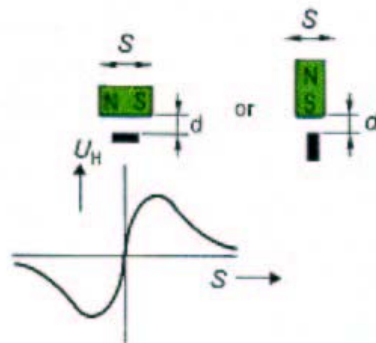
a1



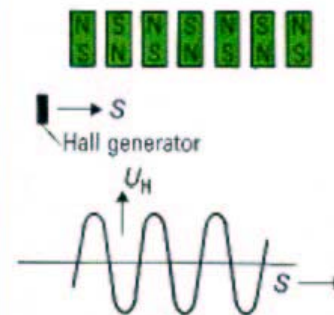
a2



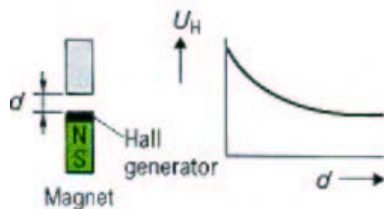
a3



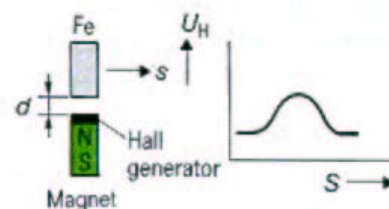
a4



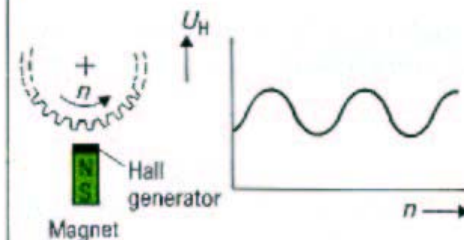
a5



b1



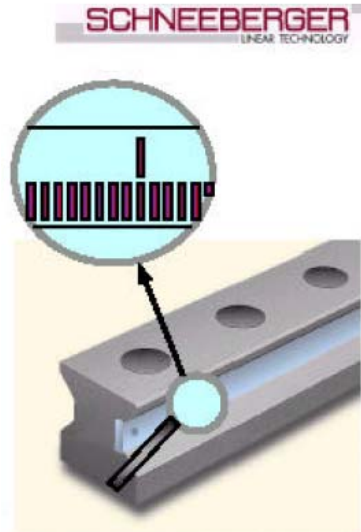
b2



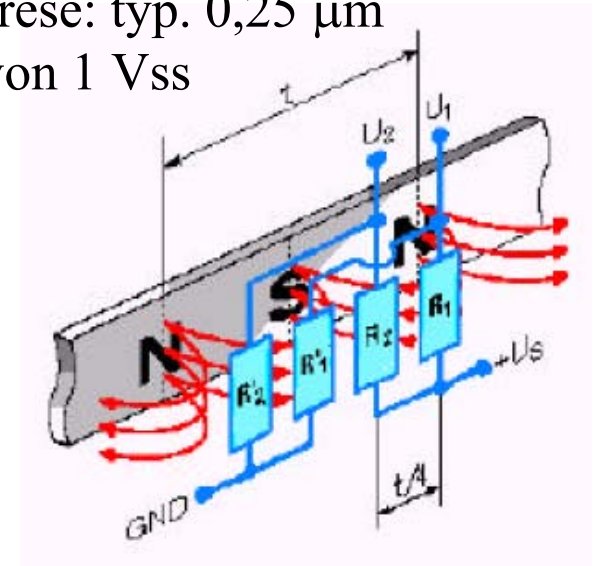
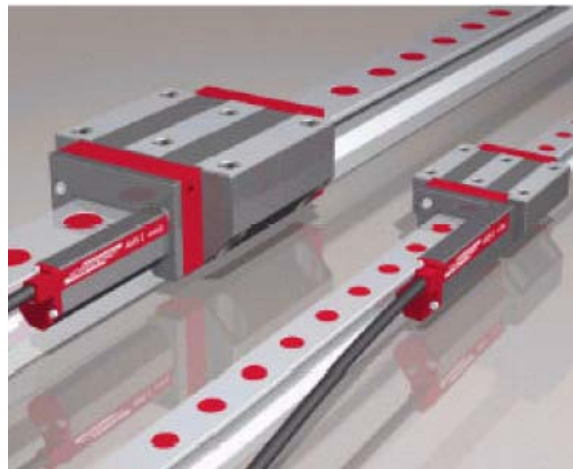
b3

# Eigenschaften magnetischer Längen- und Winkelmesssysteme

- weitgehend unempfindlich gegen Wasser, Öl, Schmutz etc.  
⇒ Einsatz im KFZ, Werkzeugmaschinen etc.
- magnetische Sensoren: vor allem Hall-, AMR und GMR-Sensoren
- **Bsp.:** Inkrementales magnetisches Längenmesssystem (Fa. Schneeberger)



- Hartmagnetische periodische N-S-Teilung mit Periode von  $200\ \mu\text{m}$
- Genauigkeitsklassen:  $\pm 5\ \mu\text{m} / 1000\ \text{mm}$ ,  $\pm 2\ \mu\text{m} / 40\ \text{mm}$
- Auflösung:  $0,0625 - 4\ \mu\text{m}$ , Hysterese: typ.  $0,25\ \mu\text{m}$
- Vollbrücke mit Ausgangssignal von  $1\ \text{V}_{\text{ss}}$
- Richtung erkennbar

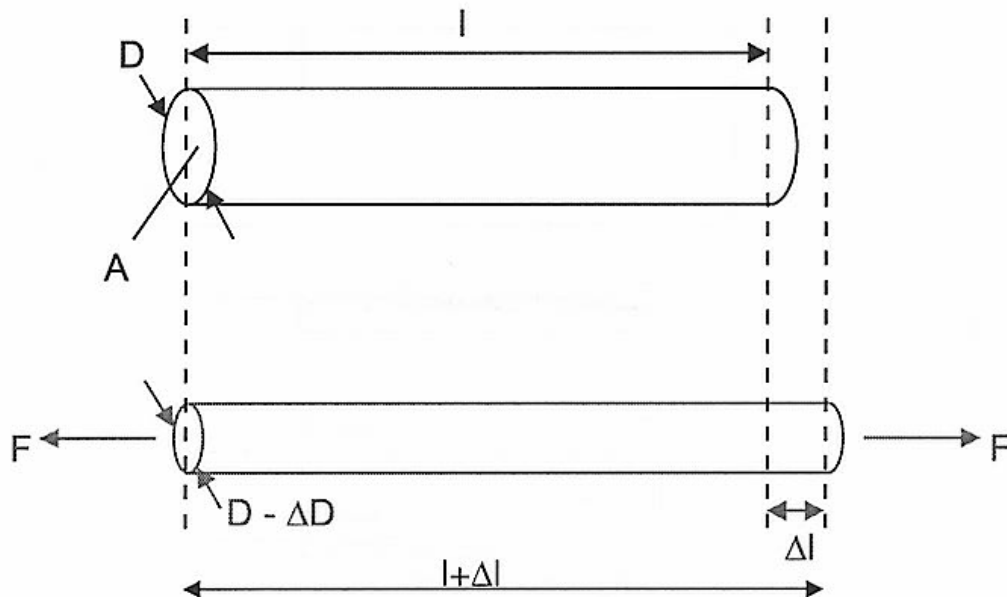


$U_1$  und  $U_2$  sind  $90^\circ$   
gegeneinander verschoben

# 5.2.7 Dehnungsmessstreifen (DMS)

## 5.2.7.1 Allgemeines

- **DMS:** Wegaufnehmer, die mechanische Verformung wie Dehnung, Stauchung oder Torsion in eine Änderung des elektrischen Widerstandes wandeln
- **Prinzip:**



$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot D^2}$$

$$\Delta R = \frac{\partial f}{\partial \rho} \cdot \Delta \rho + \frac{\partial f}{\partial l} \cdot \Delta l + \frac{\partial f}{\partial D} \cdot \Delta D$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \cdot \frac{\Delta D}{D}$$

# DMS-Zusammenhänge

- **Definitionen:**

$$k = \frac{\Delta R / R}{\Delta \ell / \ell} = 1 + 2 \cdot \mu + \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta \ell / \ell} \quad \text{k-Faktor}$$

$$\mu = - \frac{\Delta D / D}{\Delta \ell / \ell} \quad \text{Poisson-Zahl}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad \text{relative Längen-} \\ \text{änderung}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$

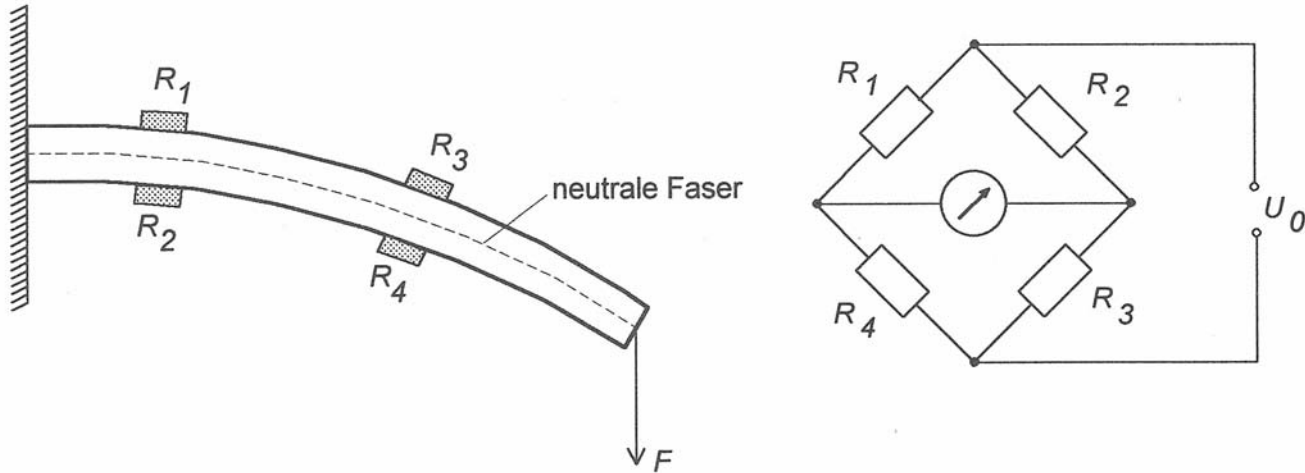
$\Rightarrow$  k-Faktor = Empfindlichkeitsfaktor

- Einsatz im elastischen Bereich:  $\varepsilon < 10^{-2}$  (Praxis:  $\leq 10^{-3}$ )

# Brückenschaltungen von DMS

- DMS sind temperaturempfindlich  $\Rightarrow$  Halb- oder Vollbrückenschaltungen

**Bsp.:** Vollbrückenschaltung



- für  $\Delta R_i \ll R_i$

$$\frac{U_2}{U_0} \approx \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) - \frac{1}{8} \cdot \left[ \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)^2 - \left( \frac{\Delta R_2}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\Delta R_3}{R_3} \right)^2 - \left( \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)^2 \right]$$

Temperatur wirkt auf alle Widerstände gleichsinnig  $\Rightarrow$  Kompensation

Dehnung: Streckung von  $R_1$  und  $R_3$ , Stauchung von  $R_2$  und  $R_4 \Rightarrow$

Verstärkung

# DMS-Technologien

1. Freidraht
2. Folie
3. Dünnfilm
4. Dickschicht
5. Monolithischer Si mit eindotiertem DMS

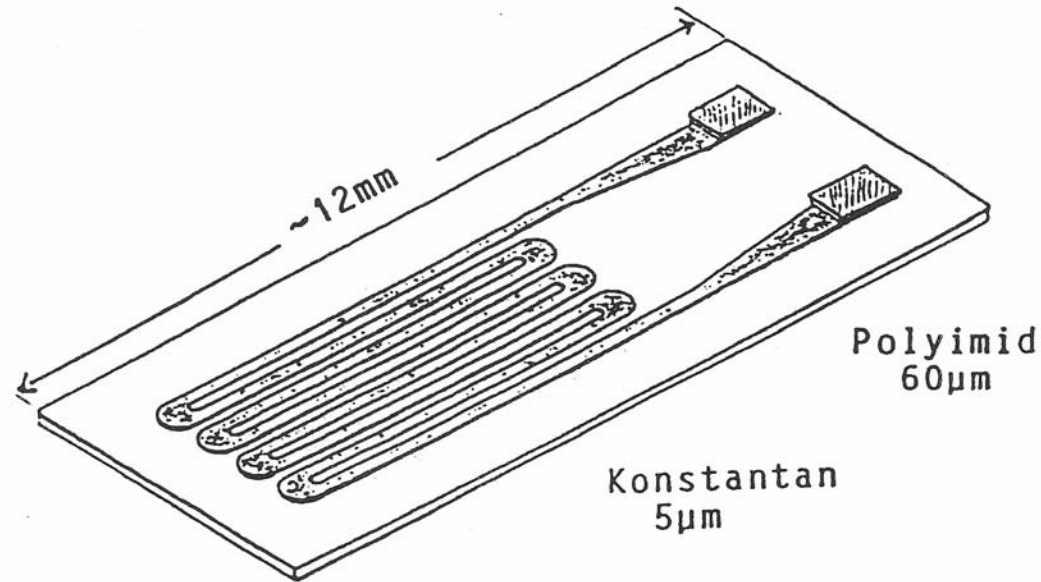
(1), (2) und (3) werden für Festigkeitsuntersuchungen eingesetzt (z.B. von Druckgasflaschen, Trägern)

(3), (4) und (5) als Messaufnehmer für **F**, m, p, **a**, M

## 5.2.7.2 Metall-Draht-DMS

- auch Freidraht-DMS genannt
- Metalle:  $\mu = 0,2$  bis  $0,5$  und  $\Delta\rho/\rho \approx 0$   
 $\Rightarrow k_{\max} = 2$
- mit  $\varepsilon \approx 10^{-3} \Rightarrow \Delta R/R_0 \approx 0,2\%$
- verwendete Materialien:
  - Konstantan (60 Cu, 40 Ni):  $k = 2,0$   $\rho = 0,49 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
  - Chromel (65 Ni, 20 Fe, 15 Cr):  $k = 2,5$   $\rho = 0,45 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
  - Platin-Iridium (80 Pt, 20 Ir):  $k = 6,0$   $\rho = 0,4 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
- Herstellung sehr aufwendig  
 $\Rightarrow$  fast vollständig durch Folienmessstreifen verdrängt

## 5.2.7.3 Folien-DMS



Typische Werte von Folien-DMS:

- Widerstand: 350  $\Omega$  (50  $\Omega$  bis 5 k $\Omega$ )
- Gitterlänge: 6 bis 10 mm
- Trägerfoliendicke: 50  $\mu\text{m}$
- Metallfoliendicke: 5  $\mu\text{m}$
- Kleberschichtdicke: 5 bis 10  $\mu\text{m}$  (Zweikomponentenkleber wie Phenolharz oder Epoxydharz)
- Anpressdruck bei Applizierung: ca. 3,5 N/cm<sup>2</sup>

# Berechnung des k-Faktors von Folien-DMS

- Widerstand:  $R = \rho \cdot \frac{\ell}{b \cdot h}$  mit  $\rho = \frac{1}{\kappa}$  und  $\kappa = e \cdot \mu \cdot n$
- Gesamtladungsträgerzahl:  $N = n \cdot V = n \cdot b \cdot l \cdot h$

$$\Rightarrow R = \frac{\ell}{b \cdot h} \cdot \frac{1}{e \cdot \mu \cdot n} = \frac{\ell}{b \cdot h} \cdot \frac{\ell \cdot b \cdot h}{e \cdot \mu \cdot N} = \frac{\ell^2}{e \cdot \mu \cdot N}$$

- Widerstandsänderung:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{R} &= 2 \cdot \frac{d\ell}{\ell} - \frac{d(e \cdot \mu \cdot N)}{e \cdot \mu \cdot N} \\ &= \varepsilon \cdot \left\{ 2 - \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d(\mu \cdot N)}{\mu \cdot N} \right\} \end{aligned}$$

- wenn  $k \neq 2 \Rightarrow$  Änderung von Beweglichkeit  $\mu$  und/oder Ladungsträgerzahl  $N$  durch Gitterdeformation

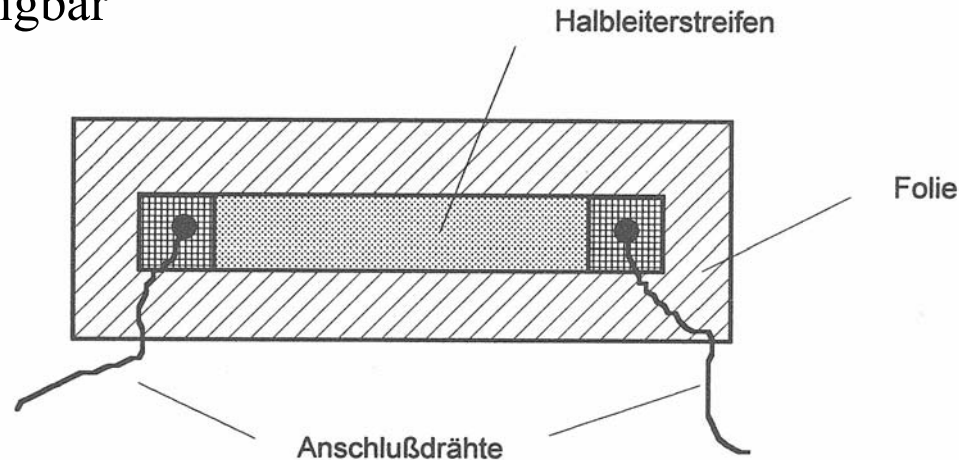
# k-Faktoren verschiedener Materialien

- Metalle (rein):
  - Ag, Au, Cu, Al, Pt: 2,9 bis 4,4
  - Ni (Ferromagnetikum): -10
- Legierungen:
  - Konstantan: 1,9 bis 2,1 (Streuung!)
  - NiCr, CrSi:  $\approx 2$
  - PtW:  $\approx 5$
- Halbleiter:

|                                                        |      |                         |      |                         |      |                       |
|--------------------------------------------------------|------|-------------------------|------|-------------------------|------|-----------------------|
| – n-Si ( $\rho \geq 5 \Omega \cdot \text{cm}$ ):       | -132 | $\langle 100 \rangle$ , | -14  | $\langle 111 \rangle$ , | -52  | $\langle 110 \rangle$ |
| – p-Si ( $\rho \geq 10^{-2} \Omega \cdot \text{cm}$ ): | 8    |                         | 90   |                         | 45   |                       |
| – n-Ge                                                 | -5,3 |                         | 102  |                         | -105 |                       |
| – p-Ge                                                 | -11  |                         | -157 |                         | 65   |                       |
| – n-GaAs                                               | -3   |                         | -9   |                         | -6,7 |                       |
| – p-GaAs                                               | -12  |                         | 38,2 |                         | 21   |                       |

# Halbleiter-DMS

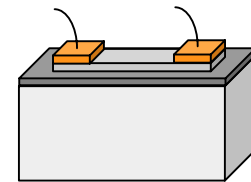
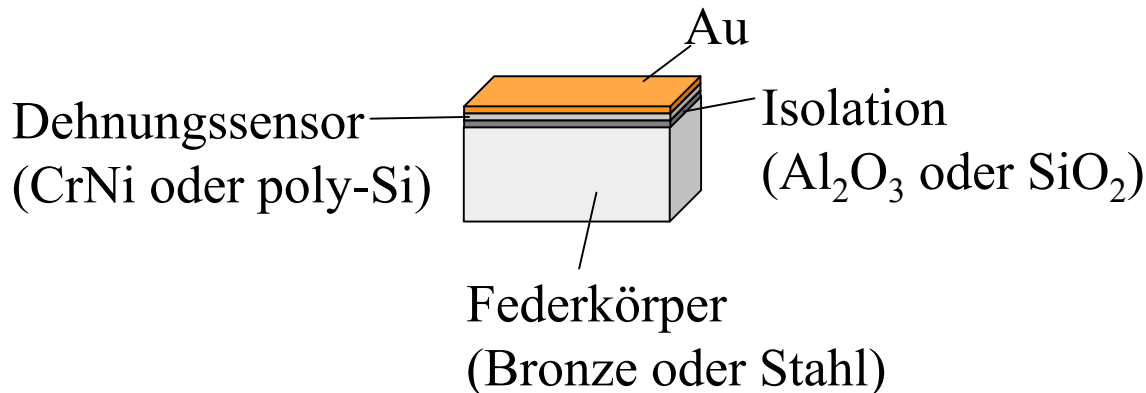
- im Gegensatz zu metallischen DMS Änderung des spezifischen Widerstandes des Materials bei mechanischer Belastung  
⇒ piezoresistiver Effekt
- Widerstandsänderung aufgrund der Geometrieänderung i.a. vernachlässigbar



- durch hohen spezifischen Widerstand kein Mäander notwendig
- Nachteile: starke Temperaturabhängigkeit ⇒ Vollbrückenschaltung mit allen vier DMS auf demselben Träger  
nichtlineare Kennlinie

## 5.2.7.4 Dünnschicht-DMS

- sowohl metallische als auch Halbleiter-DMS
- qualitativ konventionellen Folien-DMS gleichwertig
- grundsätzlicher Unterschied liegt in der Herstellungstechnologie
- Arbeitsschritte zur Herstellung eines Dünnschicht-DMS:
  - Beschichten eines Trägers mit einer Isolationsschicht (2  $\mu\text{m}$ )
  - Beschichten mit dem DMS-Material (0,5  $\mu\text{m}$ )
  - Beschichten mit der Kontaktschicht (Gold)
  - Photolithographische Strukturierung der Schichten zur Definition des Sensors



# Eigenschaften von Dünnschicht-DMS

- Sensor ist direkt auf Träger aufgebracht  $\Rightarrow$  keine Klebung notwendig
- Träger muss zum Beschichten in Hochvakuum-Anlage gebracht werden  
 $\Rightarrow$  Größenbegrenzung
- geringe Schichtdicke und problemlose Strukturierung im  $\mu\text{m}$ -Bereich  
 $\Rightarrow$  hochohmige DMS auch mit Metallen  $\Rightarrow$  kleine Applikationsfläche
- dünne Isolier- und Messgitterschichten und kleine Applikationsfläche  
 $\Rightarrow$  kleine und dünne Messfedern herstellbar, ohne dass Rückwirkung auf Messfeder auftritt
- Dünnschichttechnologie  $\Rightarrow$  große Anzahl in einem Prozess herstellbar
- einfache Herstellung von Vollbrücken

# Thermisches Nullsignal - scheinbare Dehnung

- **Problem:** unterschiedlich starke thermische Ausdehnung von Träger und Messstreifen  $\Rightarrow$  scheinbare Dehnung
- Ursache: DMS wird die thermische Deformation des Trägers aufgezwungen
- Bezeichnung: **Thermisches Nullsignal**
- zwei Effekte:
  - a) thermische Ausdehnung des Messobjektes:  $\ell_{\text{objekt}}(T) = \ell_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ 
    - thermische Ausdehnung des DMS:  $\ell_{\text{DMS}}(T) = \ell_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$
    - $\ell_{\text{objekt}}(T) \neq \ell_{\text{DMS}}(T) \Rightarrow$  Zwangsdehnung des DMS wegen  $\Delta T$   
 $\Rightarrow \boxed{\varepsilon_{\text{DMS}} = \Delta T \cdot (\alpha - \beta)}$
  - b) Temperaturkoeffizient des DMS:  $R(T) = R_0 \cdot (1 + \text{TK}_\rho \cdot \Delta T)$   
$$\Delta R = R_0 \cdot \text{TK}_\rho \cdot \Delta T \quad \text{und} \quad \frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$
  
$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_{\text{TK}} = \frac{\text{TK}_\rho \cdot \Delta T}{k}}$$

# Eliminierung des thermischen Nullsignals

- resultierende Scheindehnung:

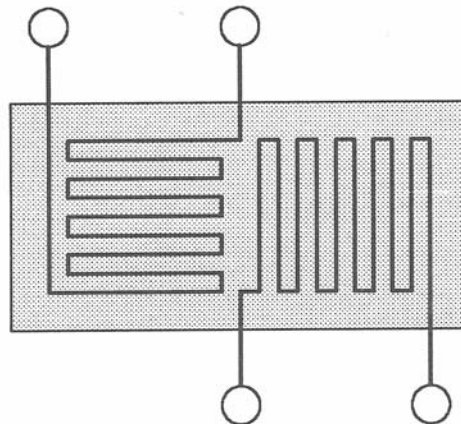
$$\varepsilon_{\text{schein}} = \varepsilon_{\text{DMS}} + \varepsilon_{\text{TK}} = \Delta T \cdot \left\{ (\alpha - \beta) + \frac{TK_p}{k} \right\}$$

$\alpha$  - durch Messkörper (Träger) vorgegeben, z.B. Stahl:  $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$

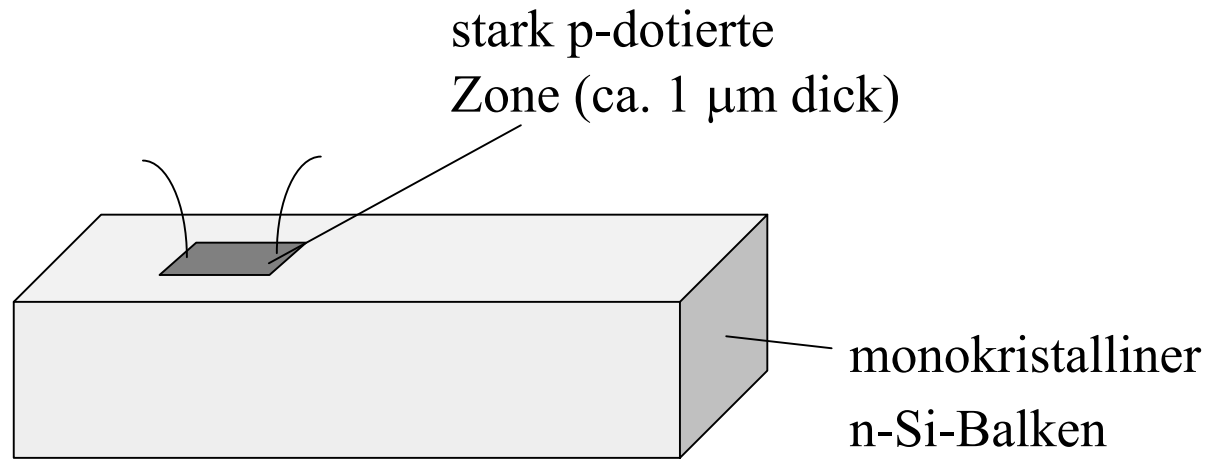
$\beta$  - durch DMS-Material vorgegeben, z.B. Konstantan:  $\beta = 15 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$

$TK_p/k$  - abhängig von Wärmebehandlung  $\Rightarrow$  justierbar

- Praxis: für feste Legierung (NiCr oder Konstantan) Scheindehnung durch Glühen in  $\text{O}_2$  oder  $\text{N}_2$  minimieren
- käuflich erhältlich sind DMS angepasst auf Stahl (10,5 ppm/K), auf Cu oder Messing (16 ppm/K) bzw. Al (23 ppm/K)
- optimale Lösung: Differentialanordnung von DMS



## 5.2.7.5 Monolithischer Si-Sensor



- ausgezeichnete Miniaturisierungsmöglichkeiten
- häufig als Membran ausgelegt
- Integration der Vorverarbeitungselektronik auf dem Chip

## 5.2.7.6 Vergleich der drei alternativen DMS-Technologien

### 1. Folien (Freidraht)-DMS: Konstantan oder NiCr ( $k \approx 2$ )

#### Vorteile:

- auf beliebigen Festkörper applizierbar (Größe, Form und Seitenzahl des Messobjektes sind egal)
- einfache Applikation
- Einzelstücke preiswert herstellbar

#### Nachteile:

- eingeschränkter Temperaturbereich ( $T = -40$  bis  $80^\circ\text{C}$ )
- feuchtigkeitsempfindlich
- keine Miniaturisierungsmöglichkeit
- erhebliche Steifigkeit
- Klebung kritisch, Kriechen

## 2. Dünnfilm-DMS: NiCr, PtW ( $k \approx 2$ ), HL (poly-Si, -Ge) ( $k \approx 25-35$ )

### Vorteile:

- für große Stückzahlen geeignet (mit geringer Parameterstreuung)
- weiter Temperaturbereich ( $-200^{\circ}\text{C}$  bis  $200^{\circ}\text{C}$ , bei PtW sogar bis  $400^{\circ}\text{C}$ )
- keine Feuchtigkeitsempfindlichkeit
- gute Miniaturisierungsmöglichkeiten
- kein Kriechen

### Nachteile:

- nur kleine planare Federkörper (bis ca. 50 mm) verfügbar, ansonsten riesiger technologischer Aufwand
- nur einseitige Beschichtung
- gut polierte Oberfläche des Trägers (Haftung!)
- teuer  $\Rightarrow$  nur im Batch-Prozess wirtschaftlich

### 3. Monolithischer Silizium-Sensor (e-Si, p- oder n-dotiert) ( $|k| \approx 80$ )

#### Vorteile:

- im Batch-Prozess sehr viele Sensoren gleichzeitig realisierbar
- keine Feuchtigkeitsempfindlichkeit
- ausgezeichnete Miniaturisierung
- keine Eigensteifigkeit
- aktive Halbleiterkomponenten integrierbar

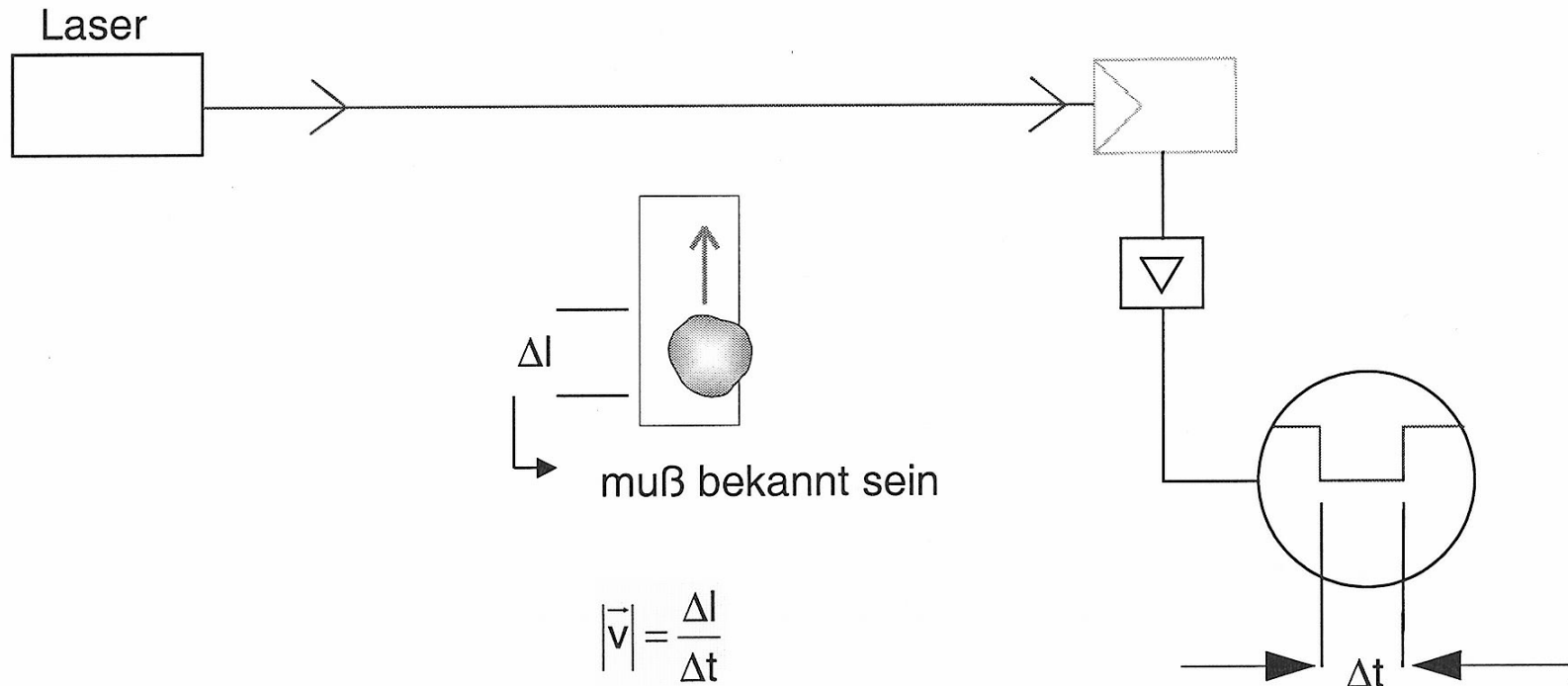
#### Nachteile:

- polierte und hochreine Oberflächen notwendig
- Federkörper muss einfach (planar) und klein (ca. 5 mm) sein
- keine lokalisierte Krafteinwirkung möglich (nur p und a messbar, Verwendung z.B. für Airbag-Auslösung)
- eingeschränkter Temperaturbereich (-80 bis 80°C)

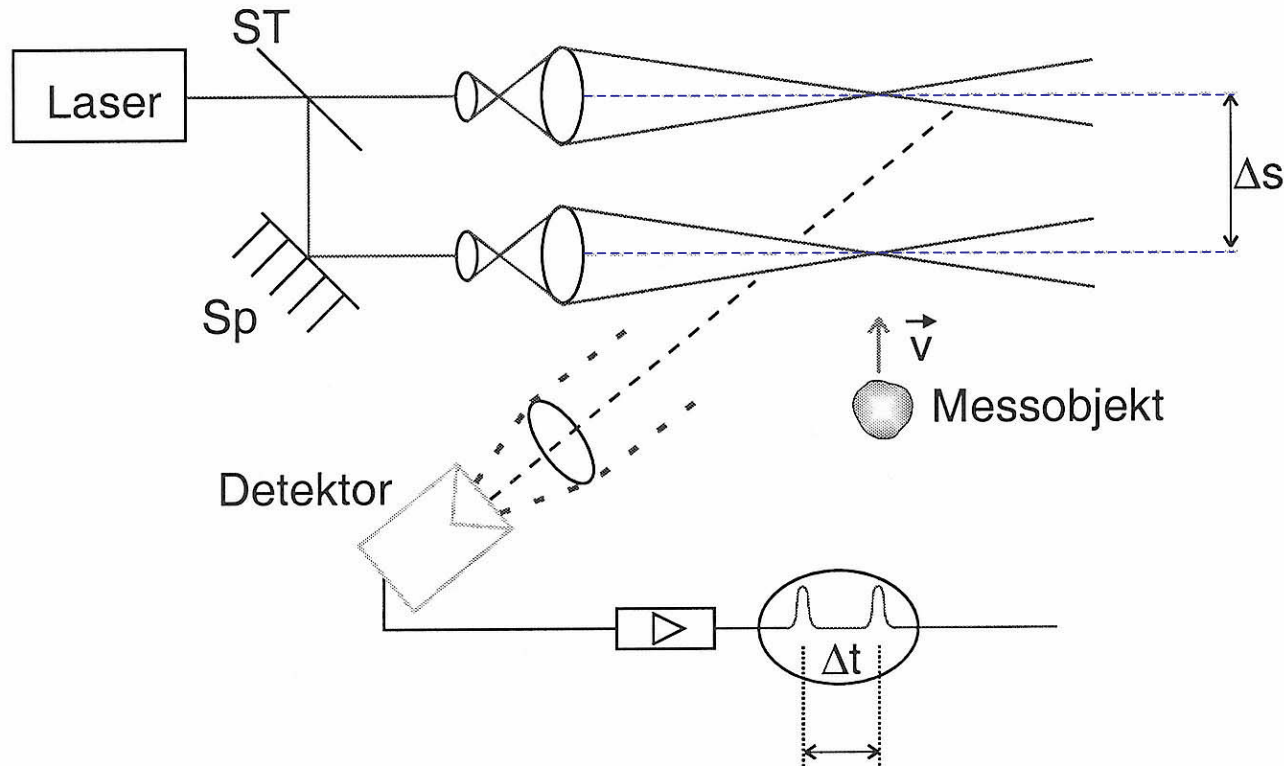
## 5.3 Geschwindigkeitsmessung

### 5.3.1 Messung von Lineargeschwindigkeiten

- direkte Aufnehmer für Lineargeschwindigkeiten eher selten
- meist über Differentiation des Weges (analog oder digital) oder Integration der Beschleunigung ( $\Rightarrow$  Beschleunigungsmessung)
- Durchschnittsgeschwindigkeit über Weg- und Zeitmessung
- **Bsp.:**



### 5.3.1.1 Geschwindigkeitsmessung mit L2F-(Laser-2- Fokus)-Verfahren



⇒ Bestimmung der Geschwindigkeit  $|\mathbf{v}|$ :  $v = |\vec{v}| = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

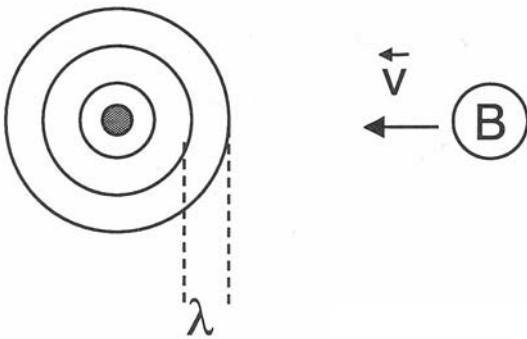
- ähnliche Verfahren z.B. mit magnetischen Sensoren (Hall-Sensoren, MR-Sensoren) für Geschwindigkeitsmessung von KFZ

## 5.3.1.2 Doppler-Verfahren

- entdeckt von Christian Doppler (1803-1853)
- anwendbar auf Schallwellen, elektromagnetische Wellen und Lichtwellen
- **Fall 1:** Ruhende Quelle Q, bewegter Beobachter B

Beobachter ruht:  $v = \frac{c}{\lambda}$

(B sieht  $v$  Wellenfronten pro Sekunde)

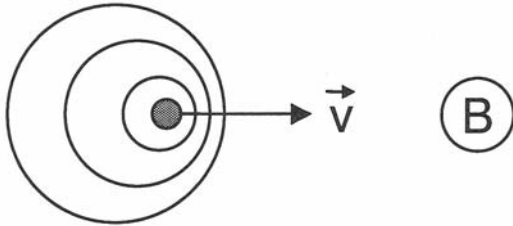


Beobachter bewegt sich auf Q zu:  $v' = \frac{c + v}{\lambda}$

(B sieht mehr als  $v$  Wellenfronten pro s)

$$\Rightarrow v' = v \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

- **Fall 2:** Bewegte Quelle Q, ruhender Beobachter B



Wellenlänge ohne Bewegung:  $\lambda = c \cdot T$

verringerte Wellenlänge:  $\lambda' = (c - v) \cdot T$

(T - Periode der Welle)

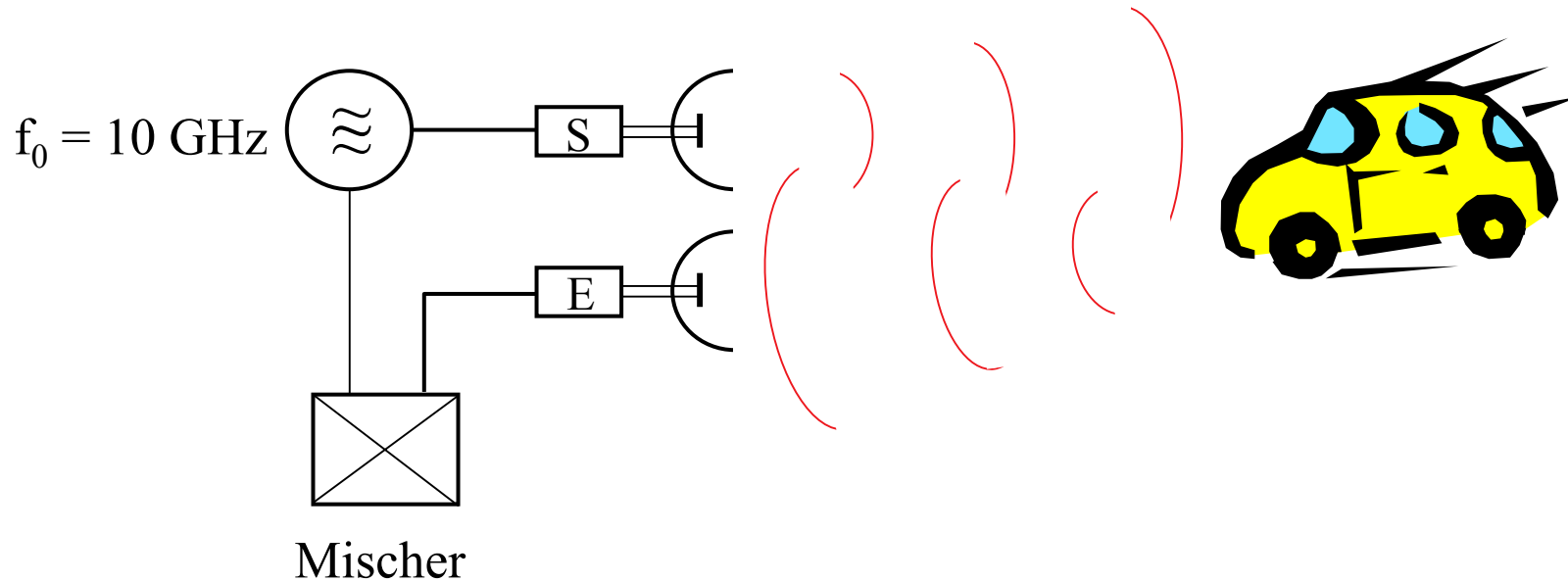
Erhöhung der Frequenz:  $\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{(c - v) \cdot T}$

$$\Rightarrow \nu' = \frac{1}{1 \mp \frac{v}{c}} \cdot \nu$$

- **Fall 3:** Bewegte Quelle Q mit  $v$ , bewegter Beobachter B mit  $u$

$$\nu' = \frac{c \pm v}{c \mp u} \cdot \nu$$

# Anwendung des Doppler-Effektes: Radar



- Sender: Mikrowellen oder optische Strahlung (z.B. Laser)
- Frequenzverschiebung der Signalfrequenz:  $\nu_{\text{Doppler}} = \nu_0 \cdot \left(1 \pm \frac{2v}{c}\right)$
- Ausgangsfrequenz des Mischers:

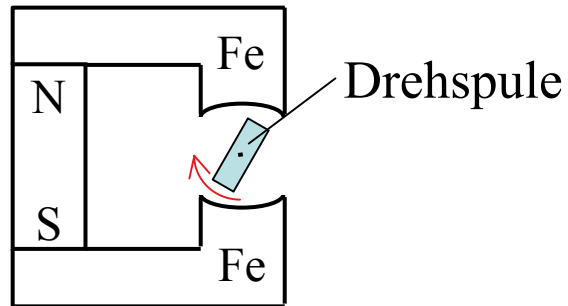
$$\nu_M = \nu_0 - \nu_{\text{Doppler}} = \nu_0 \cdot \frac{2v}{c}$$

## 5.3.2 Messung von Dreh- und Winkelgeschwindigkeiten

- über Umfang z.B. eines Rades auch zur Messung von Linear-  
geschwindigkeiten geeignet
- durch Kombination von Winkel- oder Drehzahlmessung mit  
Zeitmessung:
  - Inkrementalscheibe (siehe optische Wegaufnehmer)
  - Code-Scheibe
  - visuelle Beurteilung langsamer Rotationen: Lichtblitzstroboskop  
drehendes Messobjekt mit eindeutig erkennbaren Strukturen wird mit  
Lichtblitzen definierter Blitzfolge beleuchtet  $\Rightarrow$  Einstellung der  
Blitzfrequenz so, dass stehendes Bild  $\Rightarrow$  Drehzahl  $n = k \cdot f_B$  mit  $k =$   
 $1, 2, 3, \dots$   
Achtung: Ergebnis ist mehrdeutig
  - magnetische Aufnehmer (Hall-Sensor, Feldplatte, MR-Sensor)

# Tachogenerator

- Wirkungsprinzip: Induktionsgesetz



$$|U_{\text{ind}}| \propto \frac{d\Phi}{dt} \propto \omega$$

$\omega$  - Winkelgeschwindigkeit

- Anwendung vor allem für Motorregelung im Plattenspieler, Diskettenlaufwerk